Alfaomega Grupo Editor

MÁQUINAS ELECTRICAS Y TÉCNICAS MODERNAS DE CONTROL

OBTENCIÓN DE LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DE UN MOTOR CD EXPERIMENTALMENTE

OBTENCIÓN DE LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DE UN MOTOR DC EXPERIMENTALMENTE

***Abstract*—A partir de una respuesta a escalón aplicada a un sistema que consiste en un motor de corriente directa (DC), se obtuvo la función de transferencia del motor, mediante el uso de un modelo matemático en el dominio del tiempo, sin necesidad de conocer los parámetros eléctricos o mecánicos del motor. Se empleó un programa en Matlab para realizar el procedimiento experimental, y la respuesta a escalón tabulada en el tiempo obtenida desde el osciloscopio.**

INTRODUCCIÓN

Una función de transferencia está definida por el cociente de dos polinomios, uno que corresponde a la salida del sistema en el numerado y otro correspondiente a la entrada. Las funciones de transferencia se expresan en el dominio de la frecuencia compleja s [1].

Cuando se desconocen los parámetros del motor, sean estos físicos o eléctricos, es posible obtener la función de transferencia basándose en la respuesta transitoria de un sistema. El procedimiento propuesto para llevar a cabo lo anterior tiene dos consideraciones: se emplea un sistema de segundo orden, y éste tiene dos polos alejados aproximadamente tres veces entre sí, correspondientes a las máquinas eléctricas.

Obtención de la Función de Transferencia de forma Experimental

Para una respuesta escalón:

$$Y(s) = \frac{k}{s(s+p_1)(s+p_2)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+p_1} + \frac{C}{s+p_2} \quad (1)$$

Por expansión en fracciones parciales:

$$A = sY(s)\Big|_{s=0} = \frac{k}{p_1 p_2} \quad (2)$$

$$B = (s+p_1)Y(s)\Big|_{s=-p_1} = \frac{k}{p_1(p_1-p_2)} \quad (3)$$

$$C = (s+p_2)Y(s)\Big|_{s=-p_2} = \frac{k}{p_2(p_2-p_1)} \quad (4)$$

Por lo tanto:

$$y(t) = \left[A + Be^{-p1t} + Ce^{-p2t}\right]u(t) \quad (5)$$

Para un valor de tiempo grande, el polo 2 siempre será mayor que el polo 1, por lo que

$$z(t) = A - y(t) = -Be^{-p1t} - Ce^{-p2t} \quad (6)$$

se aproximará a

$$z(t) = -Be^{-p1t} \quad (7)$$

Si se saca la derivada del logaritmo de la función descrita por la ecuación 7, es posible obtener el valor del poste 1, conociendo que el coeficiente *A* es identificable en la gráfica obtenida experimentalmente, a partir del valor en estado estable observado.

Si se tiene el valor de *A* y p_1:

$$y_f(t) = A + Be^{-p1t} \quad (8)$$

$$B = \frac{y(t) - A}{e^{-p1t}} \quad (9)$$

Graficando la expresión 9 es posible obtener un valor promedio de B.

Finalmente, los otros parámetros se encuentran de la siguiente forma:

$$C = -(A + B) \quad (10)$$

$$p_2 = -\frac{B}{C} p_1 \quad (11)$$

$$k = A\, p_1 p_2 \quad (12)$$

Resultados

Respuesta Obtenida en el Osciloscopio

Empleando el osciloscopio, se obtuvo la respuesta a escalón de un motor de corriente directa, y un conjunto de 10 000 puntos de la misma. La respuesta puede observarse en la Fig. 1.

Obtención de la Función de Transferencia

A partir del programa en Matlab proporcionado en clase, así como el procedimiento planteado anteriormente, se obtuvieron los siguientes valores para las incógnitas. Deduciendo por observación el valor de *A* a partir de la gráfica de la Fig. 1, se fijó un valor de 3V para la misma.

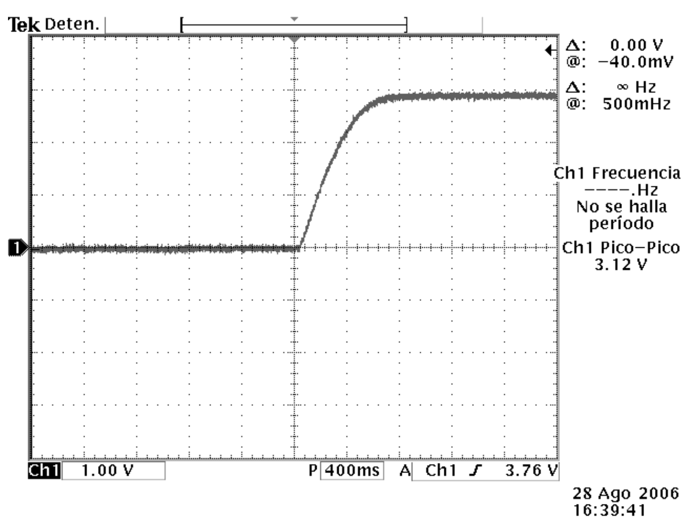

Fig. 1 Respuesta a escalón del motor de corriente directa medida con el osciloscopio

Posteriormente, se obtuvo un valor para *p1* de -4.12, a partir de la gráfica de la Fig. 2 mediante la fórmula lineal para la obtención de pendientes:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \tag{13}$$

Asimismo, se graficó la función para obtener *B*, y el resultado arrojado en el promedio fue de -2.105, como se observa en la Fig. 3 a gran escala y en la Fig. 2 con los valores que se promediaron.

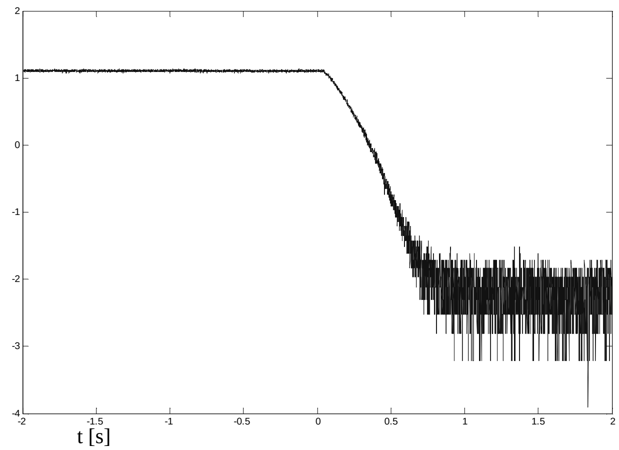

Fig. 2 Gráfica del logaritmo natural de $z(t)$ para obtener *p1*

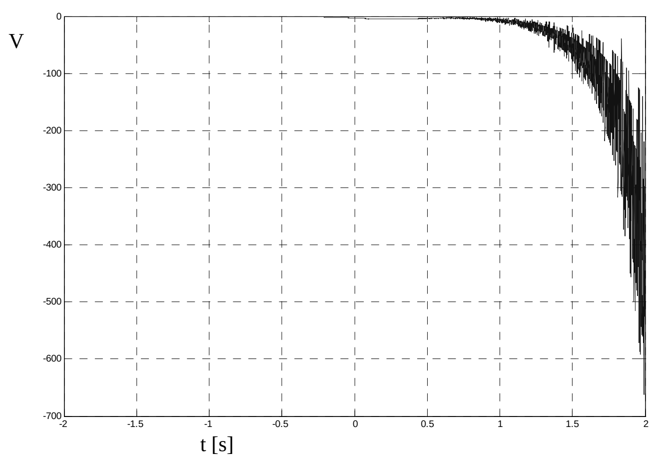

Fig. 3 Gráfica de B

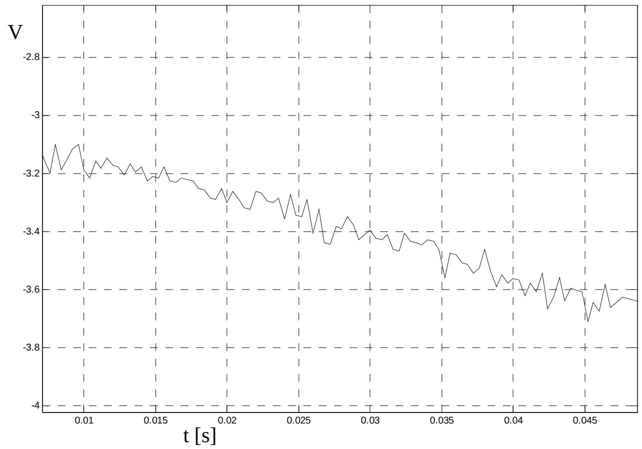

Fig. 4 Gráfica de B, acercamiento a detalle

Finalmente, se obtuvieron los demás parámetros con las ecuaciones 10 a 12. La función de transferencia resultante es la siguiente:

$$\frac{119.8}{s^2+13.81s+39.92} \tag{14}$$

COMPARACIÓN DEL LAS RESPUESTAS A ESCALÓN

Finalmente, se realizó una comparación gráfica para determinar la aproximación de la función de transferencia obtenida mediante el método descrito a la real, a partir de aplicar una señal escalón a la función de transferencia obtenida. Es posible observar en la Fig. 5 que las funciones real y obtenida se parecen bastante.

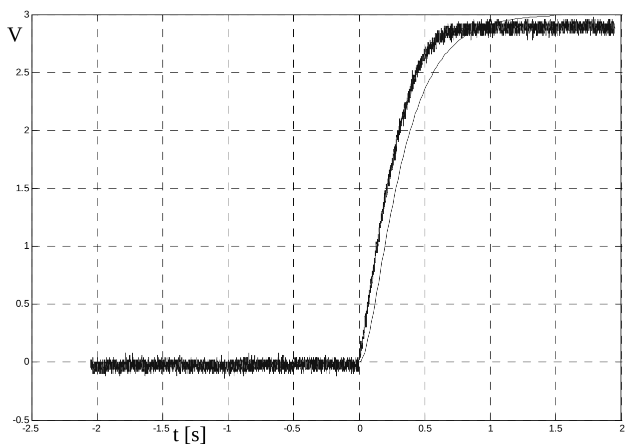

Fig. 5 Gráfica de comparación entre el resultado real y el teórico ante la aplicación de un escalón unitario

Conclusión

A lo largo de esta práctica fue posible valorar la utilidad de los métodos experimentales que se emplean para obtener parámetros a partir de las entradas y las salidas, o simplemente las salidas, midiendo el comportamiento de los sistemas ante diversos tipos de excitación, como en este caso un escalón unitario. Basta con tomar mediciones con un aparato de laboratorio convencional como el osciloscopio, para determinar la función de transferencia de un motor de corriente directa.

En muchas ocasiones, no es posible desarmar los componentes para lograr medir todos los parámetros y así poder obtener la función de transferencia o las matrices de variables de estado, además de que los fabricantes no pueden emplear recursos para determinar los parámetros de cada pieza que proviene de su producción, considerando que además ciertos parámetros pueden cambiar por el uso o por las condiciones ambientales como la temperatura, por lo que los métodos experimentales ofrecen una alternativa viable para lograr las herramientas para el análisis y diseño de leyes y sistemas de control de las máquinas eléctricas.

APÉNDICE

Programa empleado para el desarrollo:

```
%Encuentra Z(t)
  A=3;
  dat
  for J=1:10000
      z(J)=A-a(J,2);
  end

%Log Z(t)
  for J=1:10000
      z1(J)=log(z(J));
  end
  %plot(a(:,1),z1);
  %grid;

%Sacar P1 por medio de una derivada
  p1=4.12;

%Sacar B por medio de la función exponencial
  for j=1:10000
   b(j)=(a(j,2)-A)/exp(-p1*a(j,1));
  end
  %plot(a(:,1),a(:,2))
  %plot(a(:,1),b);
  B=-2.105;

%Sacar el resto de las incógnitas
  C=-(A+B);
  p2=(-B/C)*p1;
  p2=-p2;
  K=A*p1*p2;
```

```
  g=K;

%Función de transferencia
  f=conv([1 p1],[1 p2]);
  x=tf(g,f);

%Graficar la respuesta a escalón
  [respuesta,tiempo]=step(x);
  plot(tiempo, respuesta);
  hold on
  plot(a(:,1)-0.05,a(:,2));
  grid;
```

REFERENCIAS

[1] K. Ogata, “Ingeniería de Control Moderna”, México: Pearson Educación.