CAPITULO 2

Sistemas, señales y análisis en frecuencia

Continuar

Introducción

En este capítulo se presenta una introducción a la teoría de señales y sistemas y su representación en MATLAB. Aplicando los ejercicios de graficación se muestran las principales señales representadas en MATLAB, también se estudiarán las propiedades de los sistemas denominados Lineales e Invariantes en el Tiempo con el uso de las señales generadas previamente.

$$a_0 = \frac{1}{2L}\int_{-L}^{L} f(x)dx$$

$$a_n = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} f(x)cos\frac{n\pi}{L}xdx$$

$$b_n = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} f(x)sen\frac{n\pi}{L}xdx$$

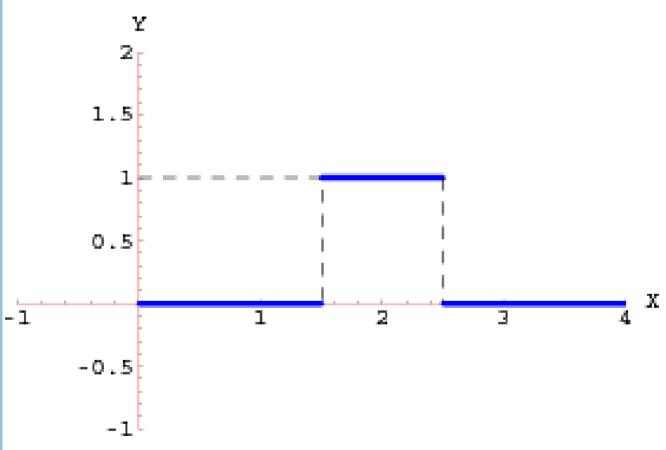
Señales representadas en MATLAB

Una señal analógica es una función continua en el tiempo, y la mayoría de las señales en la naturaleza son de este tipo. Una señal discreta es una secuencia de datos generados desde una señal analógica muestreada cada T segundos. MATLAB trabaja con secuencias discretas, aun cuando simulink ofrece la simulación de sistemas analógicos.

Impulso unitario

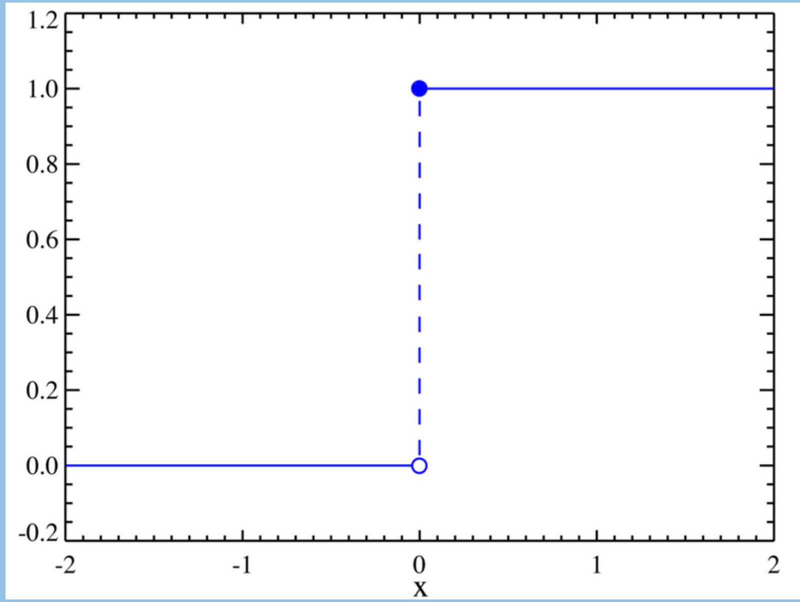
Se puede utilizar dentro del programa en MATLAB la función zeros para generar una matriz con ceros, de tal forma que el impulso unitario se genera con la instrucción:

$$x = zeros\ (50, 1)$$
$$x(1, 1) = 1$$
$$stem(x)$$



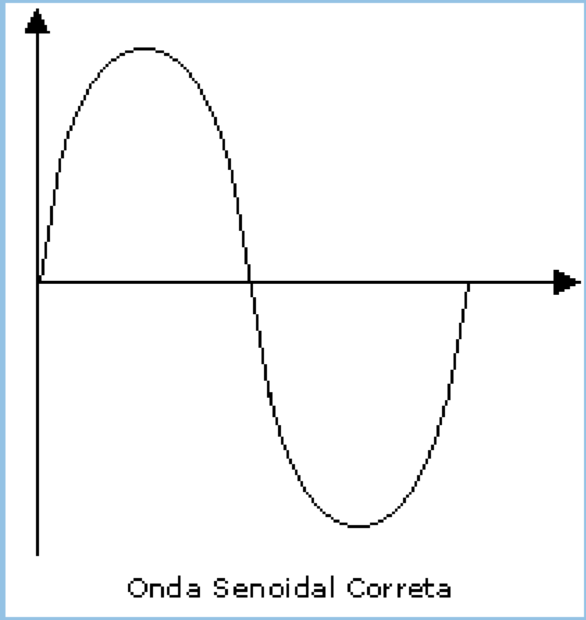
Escalón unitario

Para generar la función escalón es posible hacer uso de la función ones, que genera un vector de datos que contiene únicamente unos.



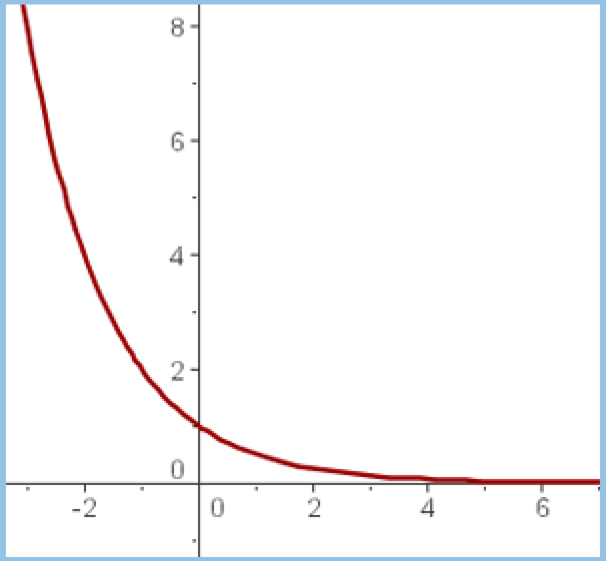
Senoidal

Otra secuencia discreta importante es la senoidal. Los parámetros principales de la senoidal son la frecuencia de muestro, la frecuencia de la senoidal y la amplitud. La funciones sin (x) y cos (x) de MATLAB generan estas señales.



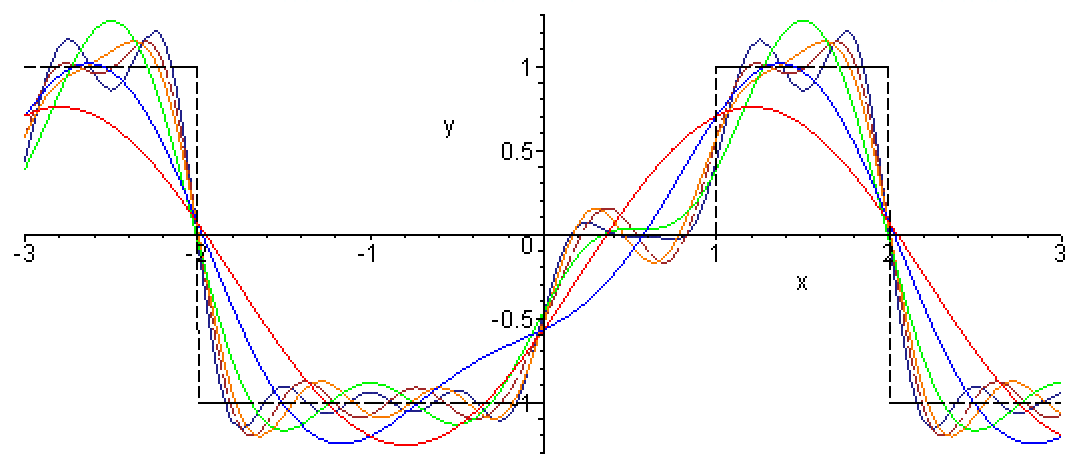
Función exponencial

La función exponencial se define como $x(n) = \exp(-\alpha n)$ donde α es una constante y n es el índice. Este tipo de función es empleada en la representación de filtros recursivos digitales tipo IIR.



Series de Fourier

Las señales pueden ser analizadas en dos dominios: tiempo y frecuencia. En el dominio de la frecuencia la señal se descompone en las componentes senoidales que la integran. Para el caso de las señales periódicas esto se realiza mediante las denominadas series de Fourier, y para cualquier señal en general mediante la transformada de Fourier.



Transformada de Fourier

La transformada de Fourier es una herramienta que permite analizar cualquier tipo de función en el dominio de la frecuencia, y no solamente las funciones periódicas.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 \partial t = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) f^*(t)\partial t \xrightarrow[f(t)=g(t)]{} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) g^*(t) \partial t \rightarrow \left\{ f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t}\partial\omega \right\}$$

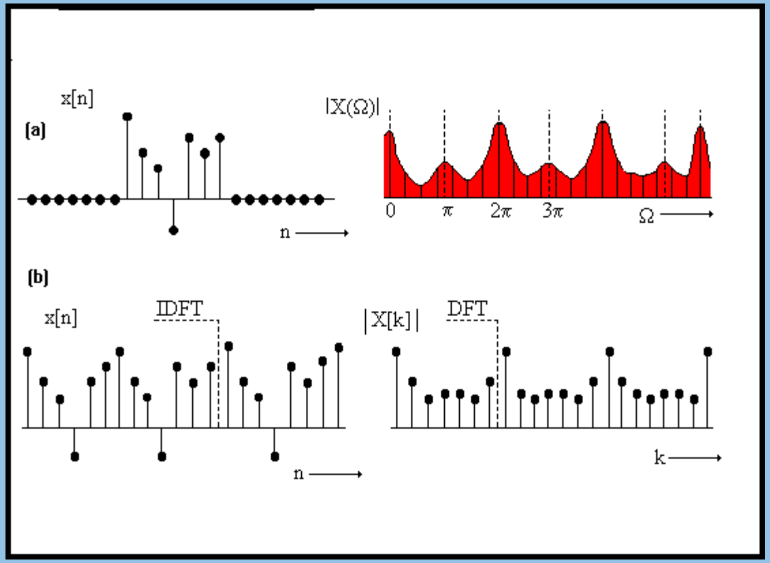
$$\int_{-\infty}^{\infty}\left[\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{j\omega t}\partial\omega\right] g^*(t)\partial t \xrightarrow[\substack{\text{Cambiando}\\ \text{orden de}\\ \text{integracion}}]{} \int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{j\omega t} g^*(t)\partial t\partial\omega =$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi}\left[\int_{-\infty}^{\infty} g^*(t)e^{j\omega t}\partial t\right]F(\omega)\partial\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \left[\underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} g(t)e^{-j\omega t}\partial t}_{G(\omega)}\right]^* F(\omega)\partial\omega =$$

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} G^*(\omega)F(\omega)\partial\omega \xrightarrow[f(t)=g(t)]{} \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F^*(\omega)F(\omega)\partial\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2\partial\omega$$

Transformada de Fourier de secuencias discretas

La transformada de Forier de una secuencia discreta es también una función continua de w. Para evaluar la trasformada de Fourier con una computadora se requiere representar la transformada de Fourier como una secuencia discreta, lo que da origen a la transformada discreta de Fourier.



Linealidad de la TDF

La propiedad de linealidad nos indica que la transformada de una suma de funciones multiplicada por un valor escalar, es igual a la suma de las transformadas individuales multiplicada por el mismo escalar.

1. Linealidad:

$$\left.\begin{array}{l} f(t) \xleftrightarrow{F.T.} \hat{f}(\omega) \\ g(t) \xleftrightarrow{F.T.} \hat{g}(\omega) \end{array}\right\} \Rightarrow f(t) + g(t) \xleftrightarrow{F.T.} \hat{f}(\omega) + \hat{g}(\omega)$$

$$f(t) \xleftrightarrow{F.T.} \hat{f}(\omega) \Rightarrow (a+ib)f(t) \xleftrightarrow{F.T.} (a+ib)\hat{f}(\omega)$$

Transformada discreta de Fourier matricial

Lo que representa una forma matricial de expresar la TDF. Para evaluar la transformada de una cierta secuencia basta con realizar la multiplicación del vector de datos por la matriz y el resultado corresponde a los datos de frecuencia de la transformada de Fourier.

$$\begin{bmatrix} X[0] \\ X[2] \\ X[1] \\ X[3] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & W^0 & 0 & 0 \\ 1 & W^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & W^1 \\ 0 & 0 & 1 & W^3 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & W^0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & W^0 \\ 1 & 0 & W^2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & W^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} X_0[0] \\ X_0[1] \\ X_0[2] \\ X_0[3] \end{bmatrix}$$