Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias de la Electrónica

Asignatura: Control Digital y Aplicaciones/

Control de Procesos por Computadora.

Práctica 3: Caracterización de un sistema de segundo orden con Arduino y Matlab.

Por:

Cortes Vázquez Edmundo Miguel

Durán Santos Martín

López Marcos Fernando

Profesor: Dr. Jaime Julián Cid Monjaraz.

Periodo: Primavera 2013.

OBJETIVO

- Caracterizar un sistema de segundo orden con Arduino y Matlab.

MARCO TEÓRICO

COMUNICACIÓN SERIAL CON ARDUINO

Se utiliza para la comunicación entre la placa Arduino una computadora u otros dispositivos. Todas las placas Arduino tienen al menos un puerto serie (también conocido como UART o USART). Se comunica a través de los pines digitales 0 (RX) y 1 (TX) hacia la computadora mediante USB.

Para su utilización, se requiere emplear las funciones Serial.begin (para inicializar el puerto), Serial.print y Serial.println (para enviar datos a través de éste)

SISTEMAS DE SEGUNDO ORDEN

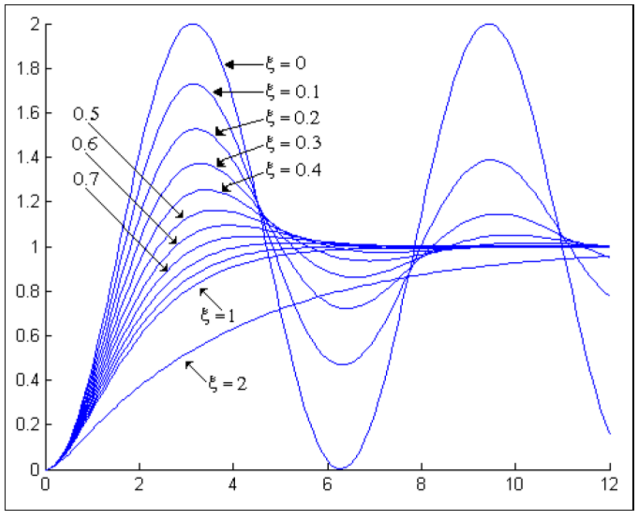
A diferencia de los sistemas de primer orden, un sistema de segundo orden tiene una amplia variedad de respuestas que dependen de dos parámetros: El factor de amortiguamiento ξ y la frecuencia natural no amortiguada ω_n. El producto $\xi\omega_n$ se le conoce como atenuación del sistema (σ).

La forma estándar de un sistema de segundo orden es:

$$G(s) = \frac{\omega_n{}^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n{}^2}$$

El comportamiento dinámico del sistema de segundo orden puede ser descrito en términos del factor de amortiguamiento ξ.

1. Si $\xi = 0$, los polos son imaginarios conjugados, es decir, no tienen parte real, el sistema se denomina críticamente estable y la respuesta presenta oscilaciones sostenidas infinitas.
2. Si $0 < \xi < 1$, los polos son complejos conjugados y se dice que el sistema es sub-amortiguado, es decir, llega a la posición deseada en un tiempo finito, presentado una amortiguación que tiende a disminuir conforme pasa el tiempo.
3. Si ξ =1, los polos son reales y repetidos y el sistema se denomina críticamente amortiguado.
4. Si $\xi > 1$, los polos son reales y distintos y el sistema se denomina sobreamortiguado.

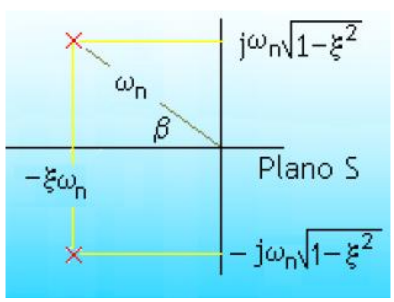


SISTEMAS DE SEGUNDO ÓRDEN SUBAMORTIGUADOS

Vamos a estudiar el caso para el cual el valor del factor de amortiguamiento se encuentra entre cero y uno, es decir, $0 < \xi < 1$

Las características del comportamiento de un sistema de segundo orden, pueden especificarse en función de la respuesta transitoria ante una entrada escalón, A continuación se describirán las características de los sistemas de segundo orden subamortiguados con la ubicación de los polos en el plano complejo S.

El patrón de polos para un sistema subamortiguado de segundo orden, se muestra en la siguiente figura:



Como observamos, los polos son representados por 'x'.

Del teorema de Pitágoras vemos que la distancia radial del origen al polo es la frecuencia natural no amortiguada ω_n, y el $\xi = \cos(\beta)$. Las cantidades siguientes describen el comportamiento del sistema de segundo orden.

Tiempo de subida (t_r): Es el tiempo que tarda la respuesta en alcanzar por primera vez la señal de referencia

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{w_d} \qquad \text{donde} \qquad w_d = w_n\sqrt{1-\xi^2}$$

Tiempo pico (t_p): Es el tiempo que necesita la respuesta del sistema para alcanzar el máximo sobrepaso o sobreimpulso (overshoot)

$$t_p = \frac{\pi}{w_n\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{\pi}{w_d}$$

Esta ecuación muestra que el t_p es inversamente proporcional a la parte imaginaria del polo. Como las líneas horizontales sobre el plano S son líneas de valor imaginario constante, también son líneas de tiempo pico constante.

Tiempo de establecimiento t_S . Es el tiempo necesario para que la respuesta alcance y permanezca dentro de un porcentaje (generalmente del 2%) del error alrededor del valor final.

$$t_S = \frac{4}{\xi\omega_n}$$

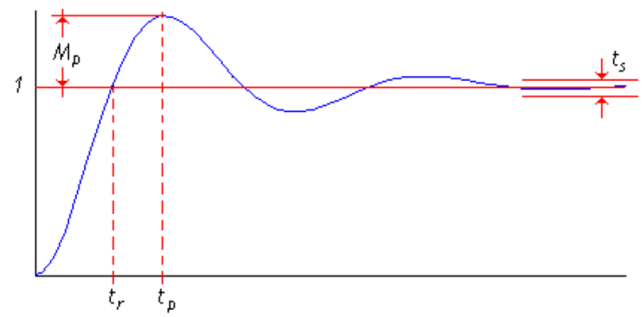
Esta ecuación nos dice que el tiempo de establecimiento es inversamente proporcional a la parte real del polo. Como las líneas verticales sobre el plano S son líneas de valor real constantes, también son líneas de establecimiento constante.

Máximo sobreimpulso (M_P): Es la magnitud del primer sobrepaso, el cual ocurre en el tiempo pico t_P medido desde la señal de referencia.

Si la señal de referencia no es un escalón unitario, el máximo sobreimpulso se expresa en porcentaje.

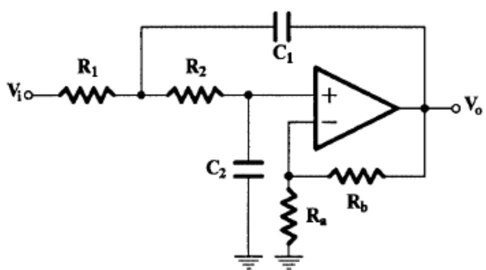
$$M_P = e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \qquad\qquad M_P = e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} x100\%$$

El máximo sobreimpulso depende del factor de amortiguamiento ξ , como $\xi = \cos\beta$, las líneas radiales son líneas de ξ constantes. Como el sobreimpulso es una función de ξ , las líneas radiales son entonces líneas de sobrepaso en porcentaje.



FILTRO SALLEN KEY PASABAJAS DE SEGUNDO ÓRDEN

El filtro pasa-bajas más popular de segundo orden es el llamado Salley-Key, el cual se muestra en la siguiente imagen:

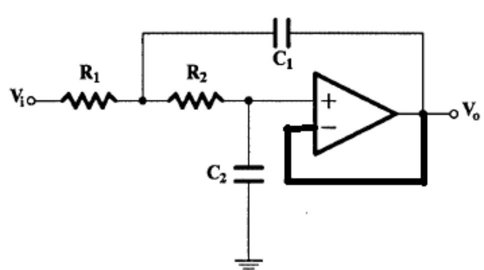


Su función de transferencia es la siguiente:

$$H(s)=\frac{V_0}{V_i}=\frac{G/C_1C_2R_1R_2}{s^2+\left(\frac{1}{R_1C_1}+\frac{1}{R_2C_1}+\frac{1-G}{R_2C_2}\right)s+\frac{1}{C_1C_2R_1R_2}}$$

Donde $G=1+\frac{R_B}{R_A}$

Es importante señalar aquí que la ganancia que hemos propuesto es unitaria, por ese motivo hemos eliminado Ra, haciéndola tender a infinito, y a Rb con resistencia cero. En consecuencia Ra se comportará como un switch abierto y queda solamente conectada la terminal negativa del Amplificador Operacional con su salida, como se muestra en la siguiente figura:



Para la obtención de los valores de resistencias y capacitores debemos fijarnos en la ecuación de segundo orden:

$$F(s)=\frac{K}{s^2+\beta s+\gamma}$$

De esta manera, simplemente igualamos los coeficientes con la función de transferencia del filtro Salley-Key:

$$\beta=\left(\frac{1}{R_1C_1}+\frac{1}{R_2C_1}+\frac{1}{R_2C_2}\right)$$

$$\gamma=\frac{1}{C_1C_2R_1R_2}$$

$$K=\frac{1}{C_1C_2R_1R_2}$$

Estas ecuaciones son válidas para una ganancia unitaria.

DESARROLLO

DESCRIPCIÓN

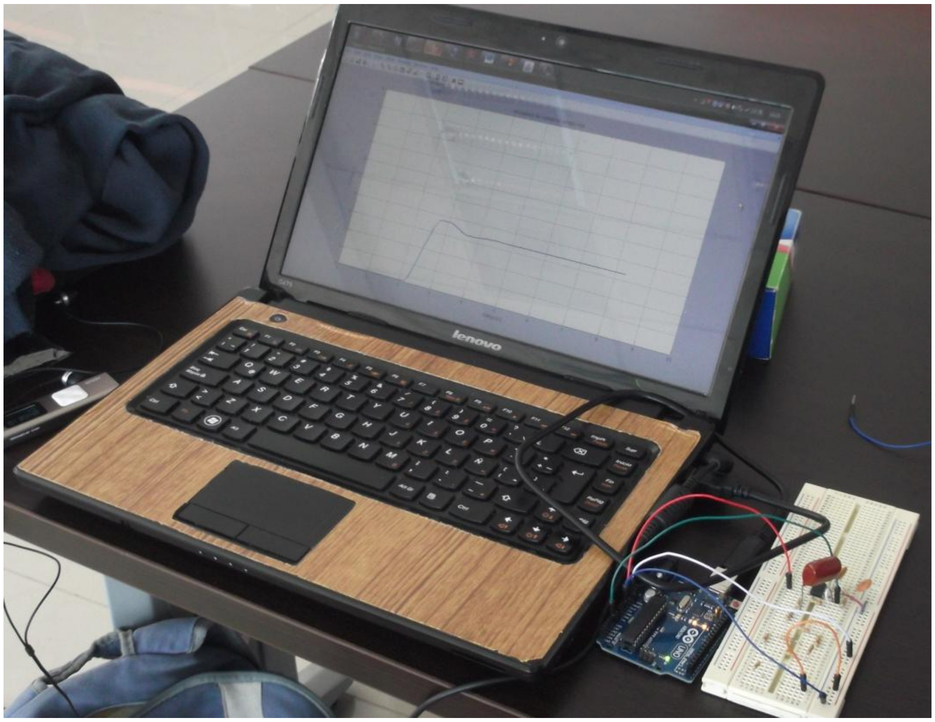
Se propusieron valores de tiempo pico y máximo sobreimpulso para un sistema de segundo orden subamortiguado. Posteriormente, se hallaron los valores de la frecuencia natural y el factor de amortiguamiento del sistema y a partir de ellos, se determinó la función de transferencia y se realizó la gráfica en MatLab de su respuesta al escalón para comprobar que se obtuvieran los valores propuestos.

Luego, se diseñó un circuito que tuviera la función de transferencia antes mencionada, utilizando la configuración Sallen-Key de un filtro pasabajas de segundo orden con ganancia unitaria.

A partir de los valores obtenidos, se implementó el circuito y se comprobó que tuviera la misma respuesta al escalón que el sistema propuesto mediante adquisición de datos con Arduino y MatLab.

Para caracterizar el sistema se empleó el amplificador operacional LM358, el cual opera solo con riel positivo y se usó como valor de entrada del escalón 3.3V, ya que es un fijo valor que provee la tarjeta y con éste no se corría el riesgo de llevar el amplificador operacional a condición de saturación, en la cual sería imposible apreciar si se alcanzó el sobreimpulso propuesto.

IMPLEMENTACIÓN



RESULTADOS

Proponiendo:

$M_P = 10\%$

$t_p = 1s$

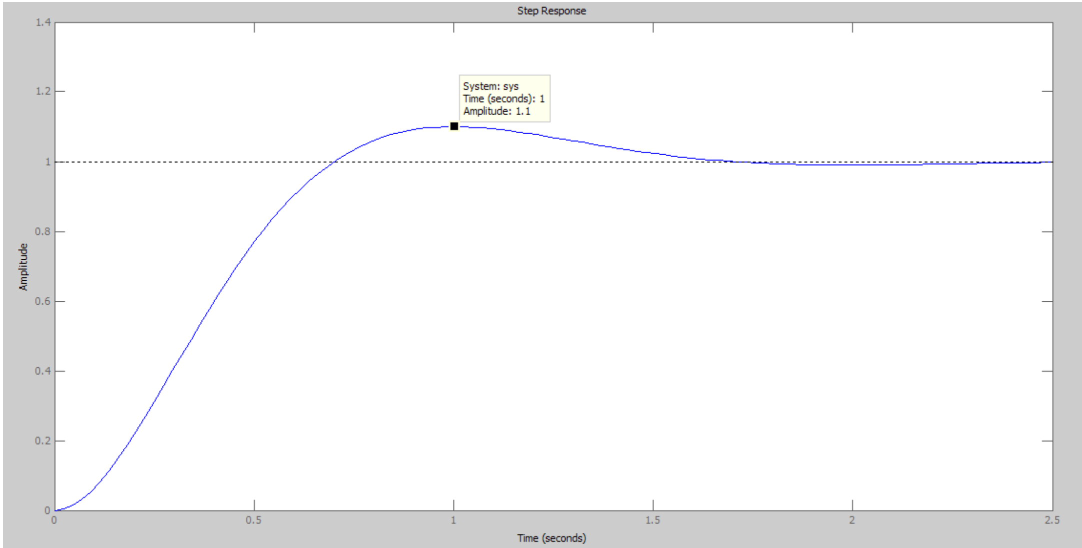
Hallamos:

$\omega_n = 3.894$

$\xi = 0.5911$

Usando la función de transferencia general de segundo orden, tenemos que:

$$G(s) = \frac{15.1694}{s^2 + 4.604s + 15.1694}$$



Respuesta al escalón del sistema propuesto.

Ahora bien, empleando la configuración del filtro Sallen-Key pasabajas de segundo orden con ganancia unitaria:

$$H(s)=\frac{V_0}{V_i}=\frac{\frac{1}{C_1C_2R_1R_2}}{s^2+\left(\frac{1}{R_1C_1}+\frac{1}{R_2C_1}\right)s+\frac{1}{C_1C_2R_1R_2}}$$

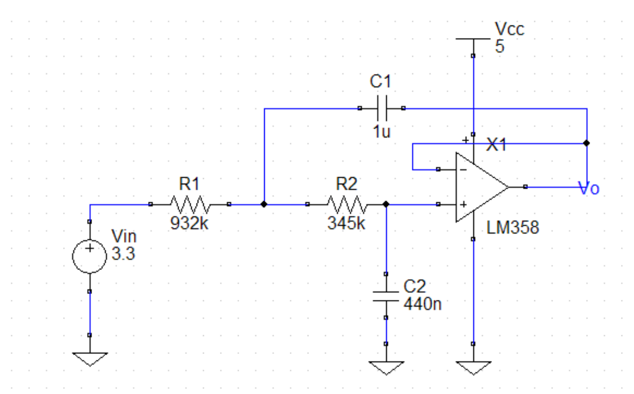
Proponiendo los siguientes valores para los capacitores:

$C_1 = 1\mu F$, $C_2 = 440nF$

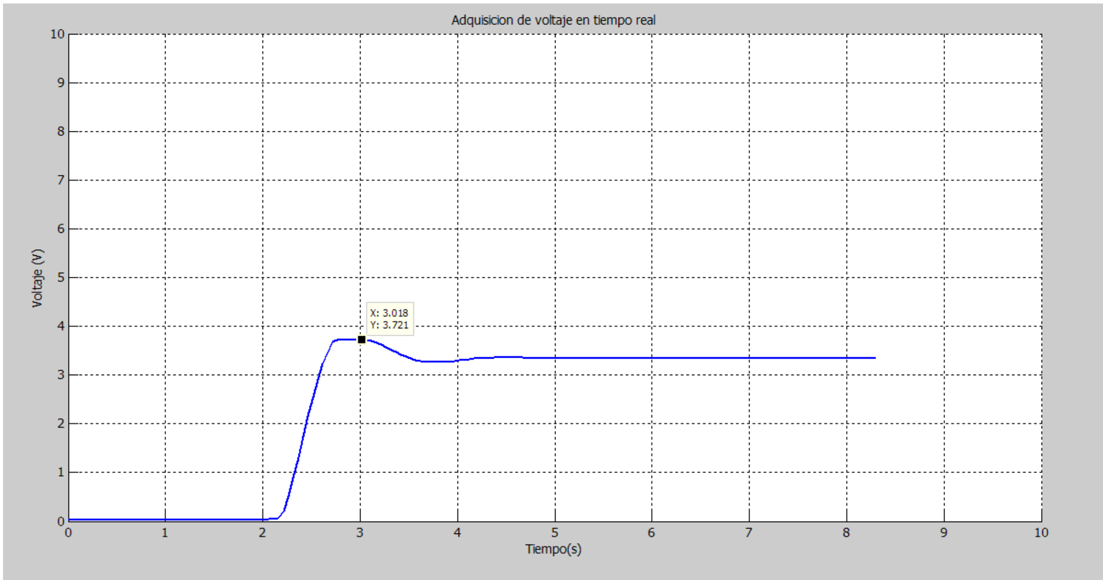
Tenemos que:

$R_1 = 345K\Omega$, $R_2 = 932K\Omega$

Quedando el circuito de la siguiente forma:



Utilizando Arduino, obtuvimos la gráfica de la respuesta al escalón del sistema, la cual si cumple con las especificaciones mencionadas:



CONCLUSIONES

- Para la implementación de sistemas con respuestas temporales en el orden de segundos, es importante hacer bastantes consideraciones en cuanto a los componentes empleados en su diseño, entre las que destacan evitar el uso de capacitores o resistencias demasiado grandes, las cuales pueden ocasionar que los sistemas generen respuestas diferentes a las esperadas, especialmente cuando se utilizan voltajes de alimentación pequeños.
- También es importante procurar aproximarse, en la medida de lo posible, a los valores propuestos, ya que las tolerancias de los componentes pueden ocasionar que no presenten una respuesta conforme a lo diseñado.

REFERENCIAS

- Página de MatLab & Simulink: http://www.mathworks.com/
- Página del proyecto Arduino: www.arduino.cc
- Deliyannis, Theodore L. *Continuous Time Active Filter Design*. CRC Press, 1999.
- Ogata, Katsuhiko. *Ingeniería de Control Moderna (4ª ed)*. Pearson, 2003.

ANEXOS

CÓDIGO REALIZADO PARA PROCESAMIENTO DE DATOS EN MATLAB

```
s=serial('COM3', 'BaudRate', 9600, 'Terminator', 'CR/LF');
fopen(s);
tmax=10;
razon=20;
vm=5;
g=figure('Name',' Adquisicion');
a=axes('XLim', [0 10], 'YLim', [0 10]);

l2=line(nan, nan, 'Color', 'b', 'LineWidth', 2);
xlabel('Tiempo(s)');
ylabel('Voltaje (V)');

title('Adquisicion de voltaje en tiempo real');
grid on;
hold on;

temp=zeros(1, tmax*razon);
i=1;
t=0;
tic;

while t<tmax

    t=toc;
    a=fscanf(s,'%d');

    temp(i)=vm*a(1)/1024;
    x=linspace(0, i/razon,i);

    set(l2, 'YData', temp(1:i), 'XData', x);
    temp(1:i)
    drawnow;
    i=i+1;
end

fclose(s);
delete(s);
clear s;
```

CÓDIGO PARA GENERAR LA RESPUESTA AL ESCALÓN DEL SISTEMA

```
num=[15.1694];
den=[1 4.604 15.1694];

sys=tf(num,den);
step(sys);
```

CÓDIGO REALIZADO PARA LA ADQUISICIÓN DE DATOS CON ARDUINO

```
int outA2=0;

void setup()
{
Serial.begin(9600);
}

void loop()
{
outA2=analogRead(A1);
Serial.println(outA2);
delay(50);
}
```