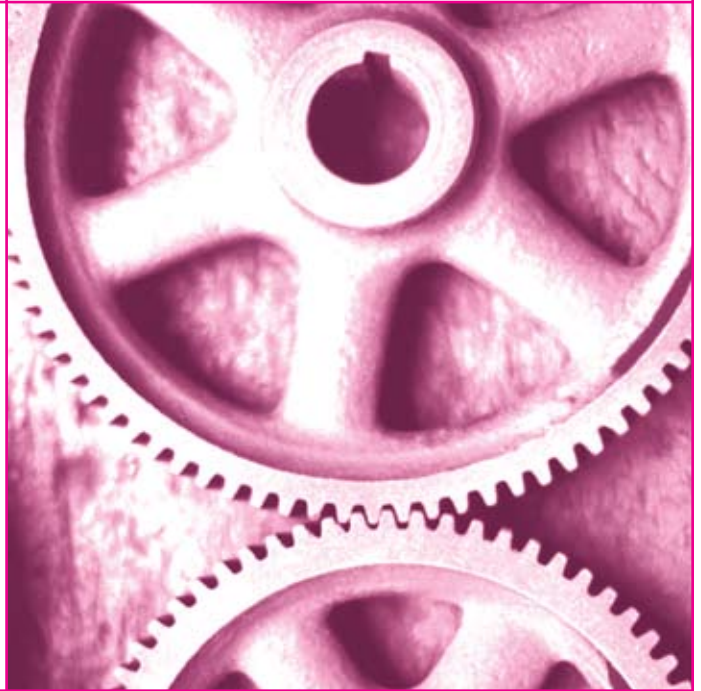


CAPÍTULO

IV

Motor de inducción polifásico

El presente es un capítulo de *Máquinas eléctricas y técnicas modernas de control* de Pedro Ponce Cruz y Javier Sampé López, quienes amablemente nos autorizaron a incluirlo como lectura complementaria de *Teoría de control para informáticos* de Rubén J. Fusario, Patricia S. Crotti, Andrés P. M. Bursztyn y Omar O. Civalé.



- 4.1** Introducción
- 4.2** Principios básicos del motor de inducción trifásico
- 4.3** Principios de funcionamiento del campo magnético rotatorio trifásico
- 4.4** Circuito equivalente para el motor de inducción
- 4.5** Circuito equivalente aproximado
- 4.6** Diagrama de potencias
- 4.7** Ecuación del par electromagnético empleando el circuito aproximado
- 4.8** Ecuación del par electromagnético empleando el circuito equivalente
- 4.9** Análisis del comportamiento dinámico de un motor de inducción
- 4.10** Nemas y tipos de arranque
- 4.11** Arranque estrella-delta
- 4.12** Motores de inducción con diferentes características en el rotor
- 4.13** Problemas de motor de inducción trifásico

4.1 Introducción

Nikola Tesla (1856-1943)

Físico, matemático, inventor e ingeniero eléctrico nacido en Croacia, en 1882 trabajó en una de las compañías de Thomas Alva Edison en donde elaboró la teoría de la corriente alterna en electricidad, lo cual le permitió idear el primer motor de inducción. En 1887 logró construir el motor de inducción de corriente alterna y concibió



el sistema polifásico para trasladar la electricidad a largas distancias. En 1891 inventó la bobina que lleva su nombre y en su honor se llamó Tesla a la unidad de inducción magnética en el Sistema Internacional de Unidades.

Inducción electromagnética

En 1831 Michael Faraday descubrió que si varía el flujo de inducción magnética a través de la superficie limitada por un circuito conductor cerrado, entonces se produce en éste una corriente eléctrica, esto es, se produce una fuerza electromotriz (fem). A este fenómeno se le conoce como inducción electromagnética y se expresa como

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

donde \mathcal{E} es la fuerza electromotriz y Φ es el flujo magnético. La inducción electromagnética es el principio fundamental sobre el cual operan transformadores, generadores, motores eléctricos y la mayoría de máquinas eléctricas, y en forma más general se expresa como

$$\oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

El estudio del motor de inducción trifásico tiene gran importancia en nuestros días debido a sus características de construcción y robustez y a que gracias a su diseño se logra tener un campo magnético rotatorio, el cual gira a una velocidad fija (velocidad de sincronía) que se define básicamente por el número de polos magnéticos que tiene el motor y por la frecuencia de las señales de alimentación que se inyectan al estator. La teoría elemental para el diseño de este motor fue desarrollada por Nikola Tesla en el año de 1887, y desde entonces la parte básica de ésta no presenta grandes modificaciones.

En este motor se tiene que considerar que la generación de par electro magnético se logra por la interacción de los conductores en los que circula corriente eléctrica y que se encuentran inmersos en un campo magnético rotatorio, dando lugar en la parte rotatoria a este fenómeno que se genera entre otras propiedades por la inducción magnética.

Se puede hacer una primera clasificación elemental de este tipo de máquinas trifásicas a partir del tipo de rotor (parte rotatoria del motor), del cual se tienen las siguientes clases:

- **Rotor Jaula de ardilla:** no presenta la posibilidad de tener acceso a ningún parámetro del rotor, ya que se encuentra completamente aislado del estator o de posibles terminales hacia la parte exterior del motor.
- **Rotor de anillos deslizantes:** permite el acceso a las terminales del rotor empleando escobillas, por lo que se pueden modificar los parámetros de éste y en especial la resistencia que modifica el valor de su velocidad en el cual se encuentra el par máximo, como se explicará más adelante.



Las partes básicas de la construcción física del motor de inducción se presentan en el archivo

Partes Basicas Motor De Inducción.pdf

Los primeros usos industriales que se tienen registrados con este tipo de máquinas se encuentran en las aplicaciones de velocidad constante. Puesto que la velocidad de sincronía depende del número de polos y de la frecuencia de alimentación en el estator, como lo muestra la ecuación 4.1, para implementar aplicaciones de velocidad variable se requirió del desarrollo de sistemas de electrónica de potencia para lograr cambiar la velocidad del campo magnético rotatorio mediante la modificación de la frecuencia fundamental de las señales de alimentación del estator.

En la actualidad los motores de inducción se pueden encontrar en más del 70% de las aplicaciones de accionamientos eléctricos, incluyendo velocidad constante y variable, lo que se logra sólo cuando se puede modificar la velocidad de sincronismo o el número de polos del motor; debido a esto, los motores de inducción reciben el nombre bien ganado de caballos de batalla de la industria.

Otra clasificación que se puede hacer de este tipo de motores es a partir del número de fases que emplean en su alimentación, y de acuerdo con esto se pueden encontrar como:

- Trifásicos
- Bifásicos
- Monofásicos

Siendo los más importantes los trifásicos y los monofásicos, es esencial tener en cuenta que en el estudio convencional en estado permanente de motores de inducción siempre considera que éstos están balanceados, que no presentan saturación magnética y que sus parámetros son invariantes en el tiempo, además de que se tiene que remarcar que el estudio de los motores de inducción trifásicos se puede realizar a través del empleo de circuitos equivalentes en estado permanente monofásicos, que después sirven de soporte para el análisis de motores trifásicos.

Respuesta en estado permanente

La respuesta completa de un circuito es la suma de la respuesta transitoria y la respuesta en estado permanente, siendo la primera la que se extingue en el tiempo mientras que la segunda permanece constante hasta que se varía la excitación del circuito.

Desde el punto de vista del análisis de circuitos la respuesta transitoria viene dada por la solución particular de la ecuación diferencial lineal que describe al circuito, mientras que la respuesta en estado permanente se obtiene de la solución de la homogénea correspondiente.

4.2 Principios básicos del motor de inducción trifásico

El estudio de los motores de inducción trifásicos se inicia a partir de la definición de la velocidad de sincronía, que es básica en la definición del circuito equivalente y del deslizamiento. La velocidad de sincronía se define como

$$N_s = \frac{120f}{p} = \frac{120 \text{ frecuencia}}{\text{número de polos}} = \text{rpm} \quad (4.1)$$

El deslizamiento es esencialmente la diferencia entre la velocidad de sincronía y la velocidad del rotor (N_r), por lo que se tiene que

$$S = \frac{N_s - N_r}{N_s} \quad (4.2)$$

A partir de aquí el deslizamiento porcentual se expresa como

$$S = \left(\frac{N_s - N_r}{N_s} \right) \times 100 \quad (4.3)$$

Si el rotor se encuentra en reposo (sin movimiento) se tiene que $s = 1$ y cuando el motor se encuentra en vacío sin carga el valor de s tiende a 0, por lo que se puede determinar que la velocidad del rotor se obtiene mediante la expresión

$$S = (1 - s)N_S \quad (4.4)$$

Tomando en cuenta que la mayoría de motores de inducción trabajan con valores de deslizamiento que cumplen con la condición $s < 5\%$, se observa que el margen de valores del deslizamiento se restringe.

En forma análoga a lo planteado, la frecuencia del rotor se puede determinar a partir de

$$f_{rotor} = \left(\frac{N_S - N_r}{N_S} \right) f_{estator}$$

Sustituyendo aquí (4.2) se tiene que

$$f_{rotor} = S f_{estator} \quad (4.5)$$

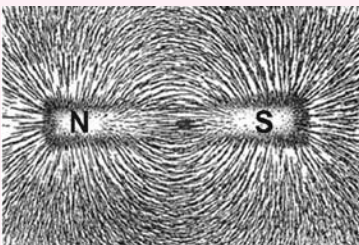
Utilizando la ecuación (4.1) se puede obtener la Tabla 1.

P	2	4	6	8	10	12
N_S	3600	1800	1200	900	720	600

Tabla 1 Frecuencia fija de 60 Hz, con diferente número de polos magnéticos.

Polos magnéticos

En un imán los polos magnéticos son los extremos del mismo y convencionalmente se denotan como norte y sur.



Los polos magnéticos se generan por el flujo de la corriente sobre un conductor, como lo muestra la figura 4.1 en la que se puede observar cómo se genera un sistema de dos polos magnéticos tanto en el rotor como en el estator. El número de polos magnéticos es fundamental en el funcionamiento del motor de inducción, por lo que para incrementar el

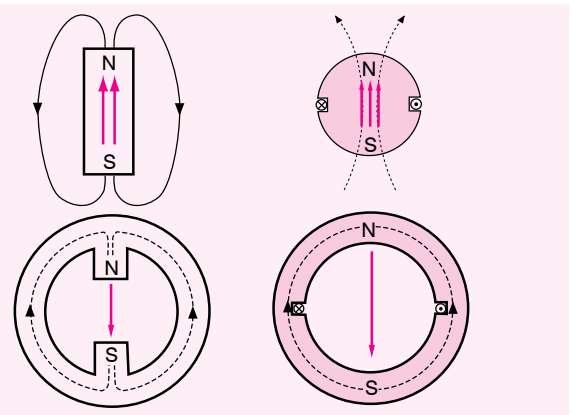


Figura 4.1 Máquina de dos polos magnéticos, para el estator y para el rotor.

número de polos se cambia el diseño físico del motor y de esta manera se puede cambiar la velocidad de sincronía.

Como se puede ver en las figuras 4.1 y 4.2, para alterar el número de polos sólo es necesario el cambio en la estructura física del motor. Una vez que se genera el número de polos magnéticos deseados, teniendo en cuenta que la corriente cambia con el tiempo, éstos tenderán a desplazarse como se muestra en la figura 4.3, lo que permite tener un campo magnético rotatorio que se mueve a la velocidad de sincronía.

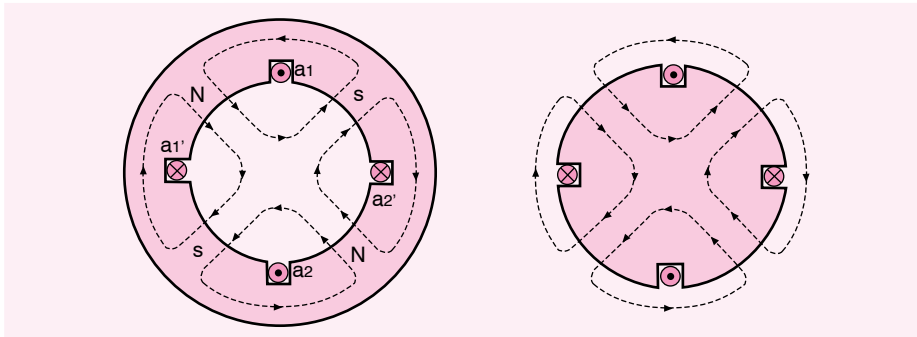


Figura 4.2 Máquina de cuatro polos.

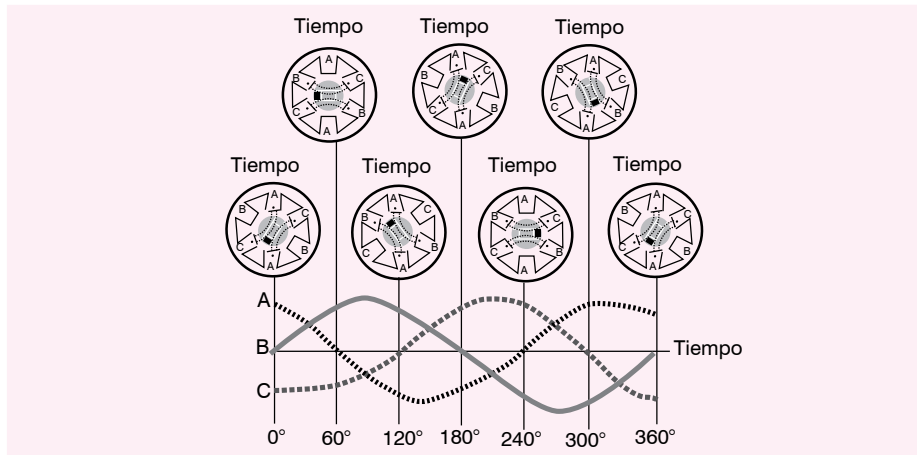
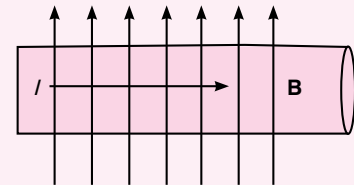


Figura 4.3 Campo magnético rotatorio.

Regla de la mano derecha

En la siguiente figura I es la corriente del alambre que se encuentra situado en un campo magnético B, y ambos son perpendiculares entre sí.



A partir del experimento se sabe que el alambre experimenta una fuerza que es perpendicular tanto al campo magnético externo como al alambre, de forma que la dirección de esta fuerza es perpendicular al plano de la hoja y está dirigida hacia afuera de ésta.

Para determinar la dirección de la fuerza se puede aplicar la regla de la mano derecha presentada en el Capítulo 1: se abre completamente la mano derecha y se dispone de forma que el pulgar apunte en la dirección de la corriente, entonces la dirección en la que la palma puede empujar al alambre corresponde a la dirección de la fuerza.

A partir de la ecuación (4.5) se puede observar que cuando el motor se encuentra bloqueado la frecuencia del rotor se aproxima a la del estator, $f_{rotor} \approx f_{estator}$ lo que permite tener lo que se considera como un transformador en corto circuito en donde la frecuencia de alimentación es igual a la frecuencia de salida. Para entender el funcionamiento del motor de inducción trifásico con mayor claridad, es necesario analizar la forma en que se produce el campo magnético rotatorio en el motor de inducción trifásico y la velocidad a la que gira.

4.3 Principio de funcionamiento del campo magnético rotatorio trifásico

El campo magnético rotatorio trifásico se puede analizar a través del estudio de un sistema balanceado, con corrientes desfasadas eléctricamente 120 grados.

Tomando en cuenta que la fuerza magnetomotriz generada por cada una de las fases es

$$\begin{aligned} B_a &= K i_a(t) \cos(\theta) \\ B_b &= K i_b(t) \cos(\theta - 120^\circ) \\ B_c &= K i_c(t) \cos(\theta - 240^\circ) \end{aligned} \quad (4.6)$$

se tiene que la fuerza magnetomotriz en el entre hierro es igual a

$$B_{\text{gap}} = K i_a(t) \cos(\theta) + K i_b(t) \cos(\theta - 120^\circ) + K i_c(t) \cos(\theta - 240^\circ) \quad (4.7)$$

En (4.7) las corrientes que generan esta fuerza se definen como

$$\begin{aligned} i_a(t) &= I_m \cos(\omega t) \\ i_b(t) &= I_m \cos(\omega t - 120^\circ) \\ i_c(t) &= I_m \cos(\omega t - 240^\circ) \end{aligned} \quad (4.8)$$

Sustituyendo (4.8) en (4.7) se tiene que

$$\begin{aligned} B_{\text{gap}} &= K I_m \cos(\omega t) \cos(\theta) + K I_m \cos(\omega t - 120^\circ) \cos(\theta - 120^\circ) \\ &+ K I_m \cos(\omega t - 240^\circ) \cos(\theta - 240^\circ) \end{aligned} \quad (4.9)$$

Aplicando en (4.9) la siguiente identidad trigonométrica

$$\cos(x) \cos(y) = (1/2) [\cos(x - y) + \cos(x + y)]$$

se obtiene que

$$B_{\text{gap}} = \frac{3}{2} K I_m \cos(\omega t - \theta) + \frac{1}{2} K I_m [\cos(\omega t + \theta) + \cos(\omega t + \theta - 240^\circ) + \cos(\omega t + \theta - 480^\circ)]$$

Tomando en cuenta que

$$\cos(\omega t + \theta) + \cos(\omega t + \theta - 240^\circ) + \cos(\omega t + \theta - 480^\circ) = 0 \quad (4.10)$$

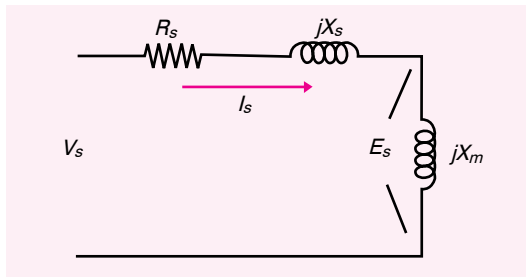
se tiene que la fuerza magnetomotriz total rota a una velocidad $\omega = 2\pi f$ con una magnitud constante igual a $\frac{3}{2}K I_m$, quedando definida como

$$B_{\text{gap}} = B_m \cos(\omega t - \theta) \quad (4.11)$$

4.4 Circuito equivalente para el motor de inducción

Una vez definida la velocidad de sincronía y el principio del campo magnético rotatorio, se puede iniciar con el desarrollo de un circuito equivalente monofásico en estado permanente que permita estudiar el comportamiento del motor de inducción trifásico.

El estudio se inicia al segmentar en dos partes el circuito equivalente, una para el estator y otra para el rotor. La parte en que se estudia el comportamiento del estator corresponde al siguiente circuito



en donde

X_s : Reactancia de dispersión

R_s : Resistencia del estator

X_m : Reactancia magnetizante

E_s : fem en el estator

Este circuito es para cualquier velocidad de operación y el valor del voltaje se define empleando la siguiente expresión de manera fasorial

$$V_s = (R_s + jX_s) I_s + E_s \quad (4.12)$$

Fuerza contra electromotriz

La fuerza contra-electromotriz $E' = T' / q$ o $E' = T' / I * t$ se define como una característica del receptor que mide en volts la energía que consume el mismo por unidad de carga.

Reactancia

Un fasor es un número complejo que representa la magnitud y la fase de una senoide, y se puede expresar en forma exponencial o polar.

Como ejemplo considérese que se tiene una respuesta de corriente de la forma

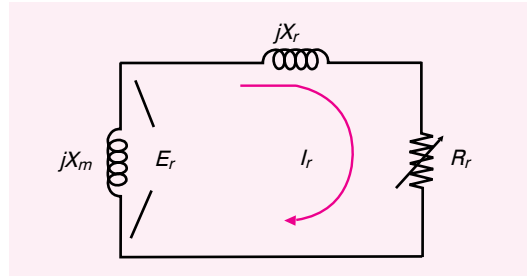
$$\begin{aligned} i(t) &= \text{Re} \left\{ I e^{j(\omega t + \phi)} \right\} \\ &= I \cos(\omega t + \phi) \end{aligned}$$

donde I es la magnitud y ϕ es la fase. Entonces la forma fasorial de esta respuesta es

$$\mathbf{I} = I e^{j\phi} = I \angle \phi$$

en donde las señales de alimentación de voltaje y corriente tienen la frecuencia del estator $f_{estator}$ o f_s

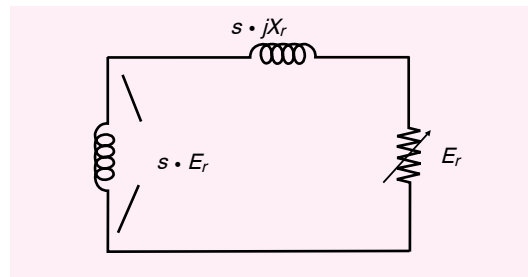
Por otro lado, para el rotor se tiene un circuito con parámetros similares al anterior, sin embargo hay que observar que el rotor siempre se encuentra cortocircuitado.



Si el rotor está bloqueado, se tiene que

$$E_r = (R_r + jX_r)I_r$$

Como la fem en el rotor es proporcional a la velocidad del campo respecto al rotor (s) y la resistencia del rotor no cambia con la frecuencia y no se afecta con el valor de s , y dado que la reactancia X_r varía conforme cambia el valor de s , entonces se tiene el siguiente circuito



en donde

$$X_r = 2\pi f_r L_r$$

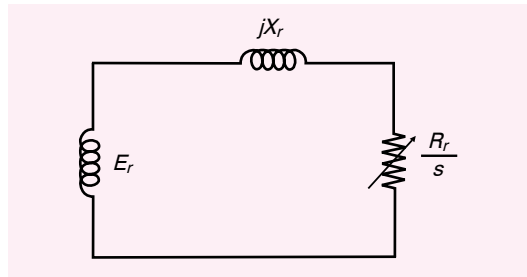
Por lo tanto

$$s * E_r = (R_r + js * X_r)I_r$$

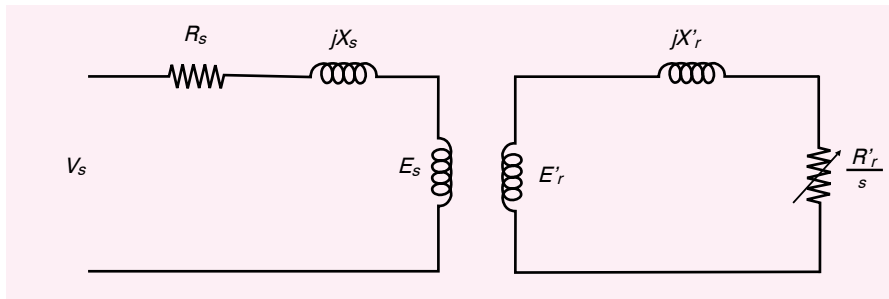
y de aquí se tiene que

$$I_r = \frac{s * E_r}{R_r + js * X_r} = \frac{E_r}{\frac{R_r}{s} + jX_r}$$

Esto se hace debido a la necesidad de calcular la corriente encontrando un valor similar, empleando f_s , si se cambia la resistencia R_r por R_r/s .

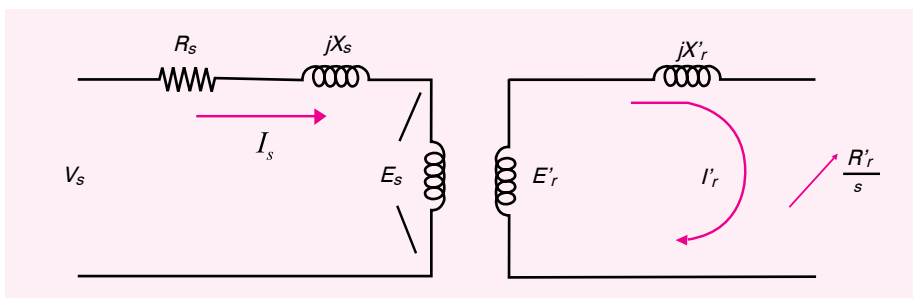


Así se tiene un circuito similar al transformador, y si referenciamos el circuito del rotor hacia el estator entonces se puede representar de la siguiente manera

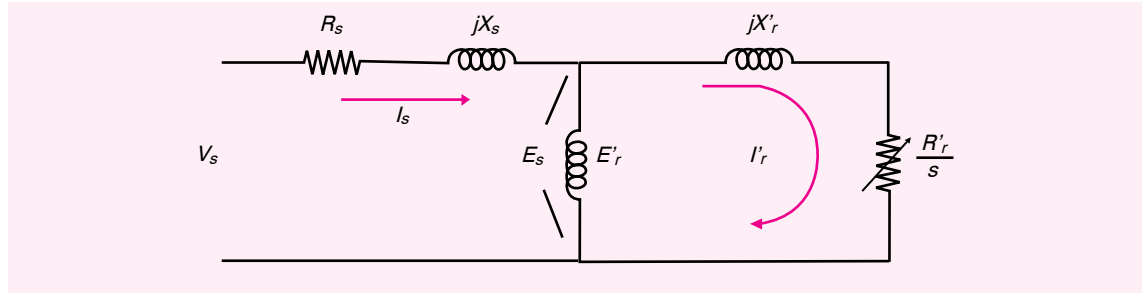


$$E'_r = E_r \cdot a_t = E_s$$

en donde a_t es la relación de transformación.



Empleando la relación anterior, $E'_r = E_r \cdot a_t = E_s$, se puede referir el circuito y eliminar el de acoplamiento magnético, encontrando así un arreglo equivalente que solamente tiene un sistema eléctrico. Siempre se tiene que tener presente que este circuito es sólo una representación eléctrica del motor; físicamente, en el motor se encuentra aislado eléctricamente el estator y el rotor.



Si a este circuito se le adicionan las pérdidas en el núcleo principalmente por histéresis y por efecto de corrientes parásitas, entonces se puede describir de la siguiente manera:

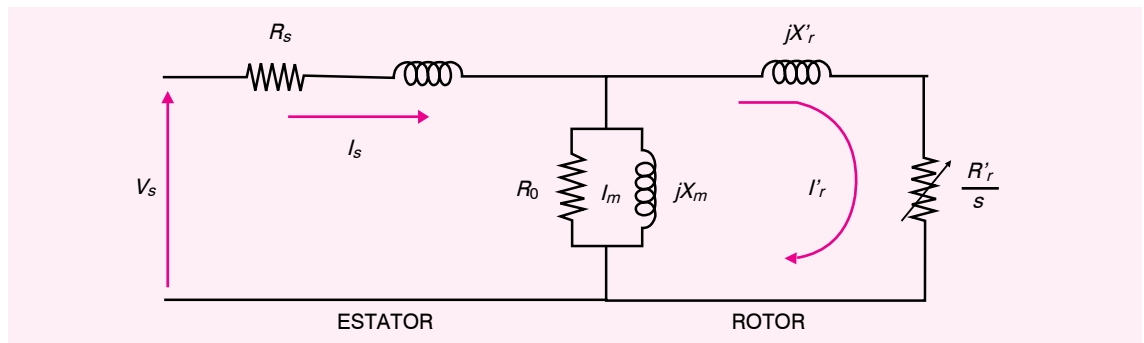
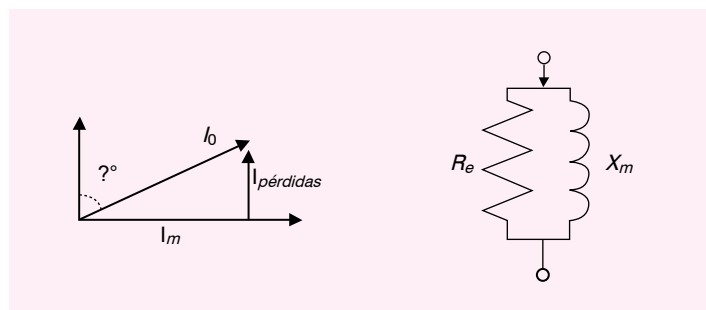


Figura 4.4 Circuito equivalente monofásico.

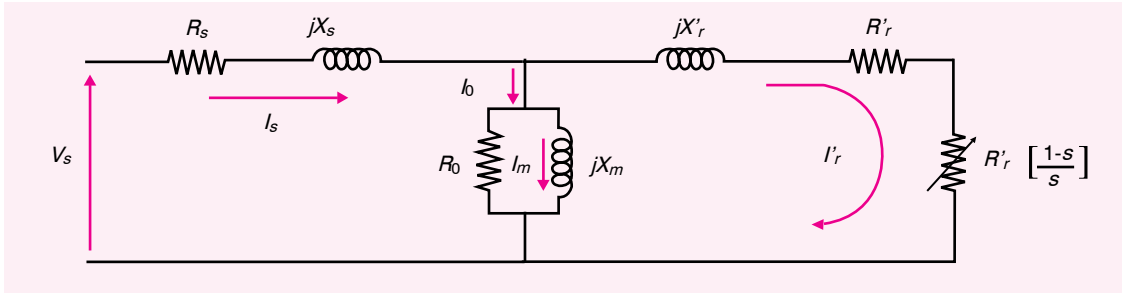
En términos fasoriales la rama de la corriente de vacío se puede definir de la siguiente forma:



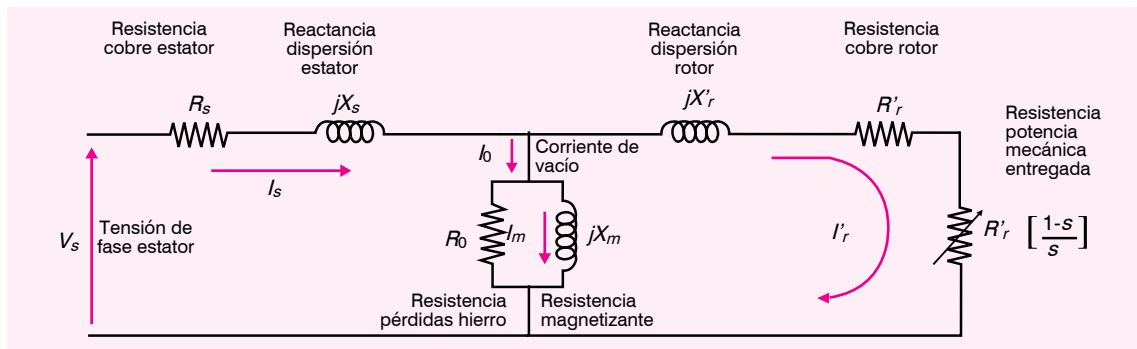
Si se divide la resistencia del rotor en dos componentes, se tiene que

$$\frac{R_r'}{s} = R_r' + R_r' \left[\frac{1-s}{s} \right]$$

Para incluir la potencia mecánica entregada se presenta el siguiente circuito equivalente



en el que cada parámetro se puede definir empleando el siguiente diagrama



Con esto se logra tener un circuito monofásico en estado permanente que satisface las siguientes consideraciones, que cumplen los motores industriales:

- Cuando se tiene un deslizamiento de operación en vacío (sin carga), el factor de potencia es inductivo porque la rama del rotor queda en circuito abierto (f.p. ≈ 0.23).
- Con la carga nominal s tiene un valor bajo y el factor de potencia es alto, f.p. ≈ 0.85 .
- El voltaje de alimentación en el estator es muy próximo a la fem en el rotor.
- La corriente del estator es mayor que la corriente de vacío.

4.5 Circuito equivalente aproximado

Se puede encontrar un circuito equivalente aproximado si se toman en cuenta las siguientes condiciones que se cumplen en cualquier motor de inducción industrial. La primera es que el voltaje en el estator es aproximadamente igual a la fem generada en el estator; esto es, $V_s \approx E_s$. La segunda condición es que la corriente de vacío es de una magnitud mucho menor que la corriente del estator; es decir, $I_0 \ll I_s$. Además de considerar que las pérdidas en el devanado del estator son pequeñas, la reactancia de dispersión del estator se minimiza redu-

ciendo la longitud media de las vueltas en cada bobina así como las laminaciones se hacen delgadas para disminuir las pérdidas en el núcleo, con lo que es posible obtener un circuito equivalente aproximado.

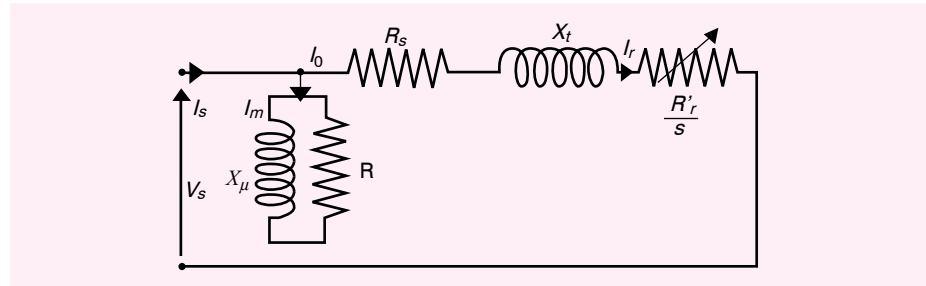


Figura 4.5 Circuito equivalente aproximado.

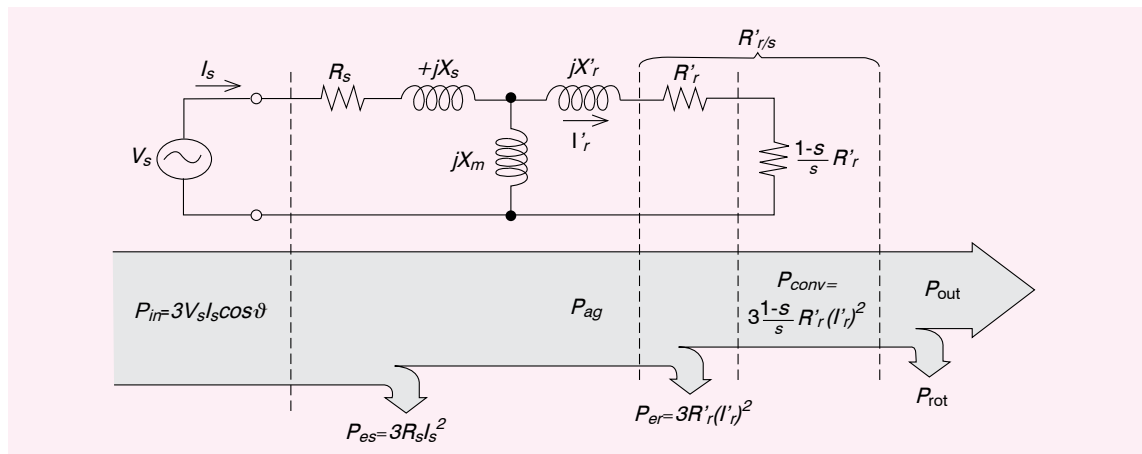
4.6 Diagrama de potencias

Una parte muy importante en el estudio del comportamiento del motor de inducción es el diagrama de potencias del sistema trifásico, ya que a partir de éste se puede entender el flujo de potencias en esta máquina eléctrica.

Empleando el circuito equivalente monofásico, en la siguiente figura se presenta el diagrama del flujo de potencias, iniciando con la potencia de entrada P_{in} , las pérdidas en el cobre del estator P_{es} , la potencia del entrehierro P_{ag} , las pérdidas en el cobre del rotor P_{cr} , las pérdidas de conversión P_{conv} , las pérdidas mecánicas P_{rot} y la potencia de salida P_{out} .



En el archivo [Sistemas Trifásicos.pdf](#) se exponen los conceptos básicos de los circuitos trifásicos.



En esta figura se tiene que

I_s : corriente de fase RMS

V_s : voltaje de fase RMS

Las potencias presentadas se pueden definir de la siguiente manera:

$$P_{in} = 3I_s V_s \cos(\theta)$$

$$P_{cs} = 3R_s I_s^2$$

$$P_{ag} = 3 \times \frac{1}{s} R_r' (I_r')^2$$

$$P_{cr} = 3R_r (I_r)^2$$

$$P_{conv} = 3 \times \frac{1-s}{s} R_r' (I_r')^2$$

$$P_{ag} = P_{conv} + P_{cr}$$

$$P_{conv} = (1-s)P_{ag}$$

$$P_{out} = P_{conv} - P_{mec}$$

Empleando la potencia de entrada y de salida, la eficiencia en el motor se puede definir como

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100\%$$

por lo que el par inducido se expresa por

$$T_{conv} = \frac{(1-s)P_{ag}}{\omega_r}$$

$$T_{conv} = \frac{P_{ag}}{\omega_s}$$

donde

ω_r : velocidad angular del rotor [rad/seg]

ω_s : velocidad angular de sincronía [rad/seg]

Potencia real de sistema trifásico

Componente de la potencia aparente que representa el trabajo real. La potencia real se expresa en watts, y es igual a los voltamperes multiplicados por el factor de potencia, siendo éste el cociente de la potencia promedio y la potencia aparente.

Usando el circuito equivalente aproximado se puede deducir la característica mecánica par-velocidad del motor de inducción, y esta curva se emplea para determinar de una manera clara las características elementales del comportamiento del motor.

4.7 Ecuación del par electromagnético empleando el circuito aproximado

Valor máximo y mínimo de una función

Una función $y = f(x)$ tiene un máximo (mínimo) local en un punto x_0 cuando $f(x_0)$ es mayor (menor) que los valores de la función en los puntos anteriores y posteriores a x_0 .

El criterio de la primera derivada para determinar los máximos y mínimos locales de una función consiste en primero resolver la ecuación $f'(x_0) = 0$ para obtener los valores críticos x_0 y luego respecto de cada valor crítico analizar la variación del signo de $f'(x)$ de forma que si $f'(x)$ pasa de + a - entonces $f(x)$ tiene un máximo y si $f'(x)$ pasa de - a + entonces $f(x)$ tiene un mínimo.

Si se emplea el circuito equivalente aproximado, figura 4.5, se pueden deducir las ecuaciones para el par electromagnético. También conviene utilizar este circuito por la facilidad de encontrar la corriente en el rotor y sustituir su valor en la potencia del entre-hierro.

$$I_r = \frac{V_s}{R_s + \frac{R_r}{s} + jX_T}$$

$$T = \frac{3|V_s|^2}{\omega_s} = \frac{\frac{R_r}{s}}{\left(R_s + \frac{R_r}{s}\right)^2 + X_T^2}$$

en donde

$$jX_T = j(X_s + X_r)$$

Para determinar el par máximo se puede partir de la definición de máximo de una función, esto es, se puede emplear la derivada de la función del par con respecto al elemento $\left(\frac{R_r}{s}\right)$:

$$\frac{\partial T}{\partial \frac{R_r}{s}} = 0$$

Si $R_s^2 + X_T^2 = \left(\frac{R_r}{s}\right)^2$ entonces

$$s_{\text{máx}} = \frac{R_r}{\sqrt{R_s^2 + X_T^2}}$$

$$T_{m\acute{a}x} = \frac{3|V_s|^2}{2\omega_s \left(R_s + \sqrt{R_s^2 + X_T^2} \right)}$$

Si R_s se desprecia se tiene que

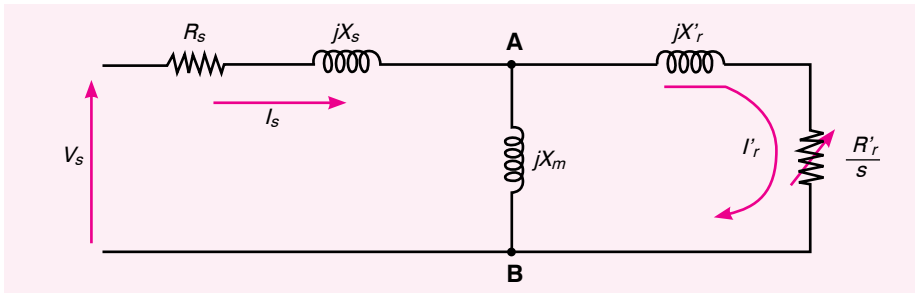
$$s_{m\acute{a}x} = \frac{R_r}{X_T}$$

$$T_{m\acute{a}x} = \frac{3|V_s|^2}{2\omega_s X_T}$$

4.8 Ecuación del par electromagnético empleando el circuito equivalente

Una forma alternativa de obtener esta expresión es usando el circuito equivalente, y para esto se requiere simplificar el circuito con Thévenin para poder determinar la corriente en el rotor.

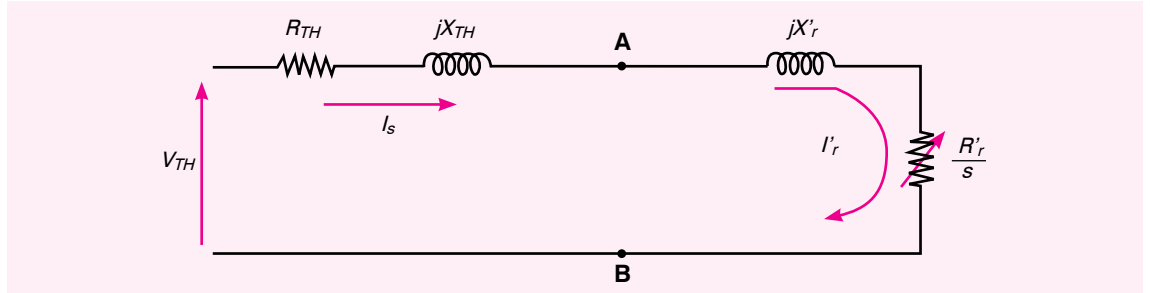
Entonces si se desprecia la resistencia R_0 de pérdidas del hierro, el circuito equivalente por fase queda de la siguiente forma:



Calculando el equivalente de Thévenin entre A y B se tiene que

$$V_{TH} = \frac{(V_s)(jX_m)}{R_s + j(X_s + X_m)}$$

$$Z_{TH} = \frac{(R_s + jX_s)(jX_m)}{R_s + j(X_s + X_m)}$$



$$I'_r = \frac{V_{TH}}{R_{TH} + \frac{R'_r}{s} + j(X_{TH} + X'_r)}$$

$$|I'_r| = \frac{V_{TH}}{\sqrt{\left(R_{TH} + \frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_{TH} + X'_r)^2}}$$

$$P_{ag} = 3 \frac{R'_r}{s} I_r'^2 = \frac{3 V_{TH}^2 \frac{R'_r}{s}}{\left(R_{TH} + \frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_{TH} + X'_r)^2}$$

$$T = \frac{P_{ag}}{\omega_s} = \frac{3 V_{TH}^2 \frac{R'_r}{s}}{\omega_s \left[\left(R_{TH} + \frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_{TH} + X'_r)^2 \right]}$$

Empleando cualquiera de las ecuaciones de par, se obtiene una función en términos del deslizamiento, $T=f(s)$, y si se hace un barrido de éste se puede determinar la curva mecánica de cada motor que depende de los parámetros característicos.

Se puede observar que este tipo de motores tiene un par de arranque que les permite operar sin ningún tipo de arrancador auxiliar, a diferencia de los motores monofásicos que requieren de algún tipo de mecanismo para su arranque.

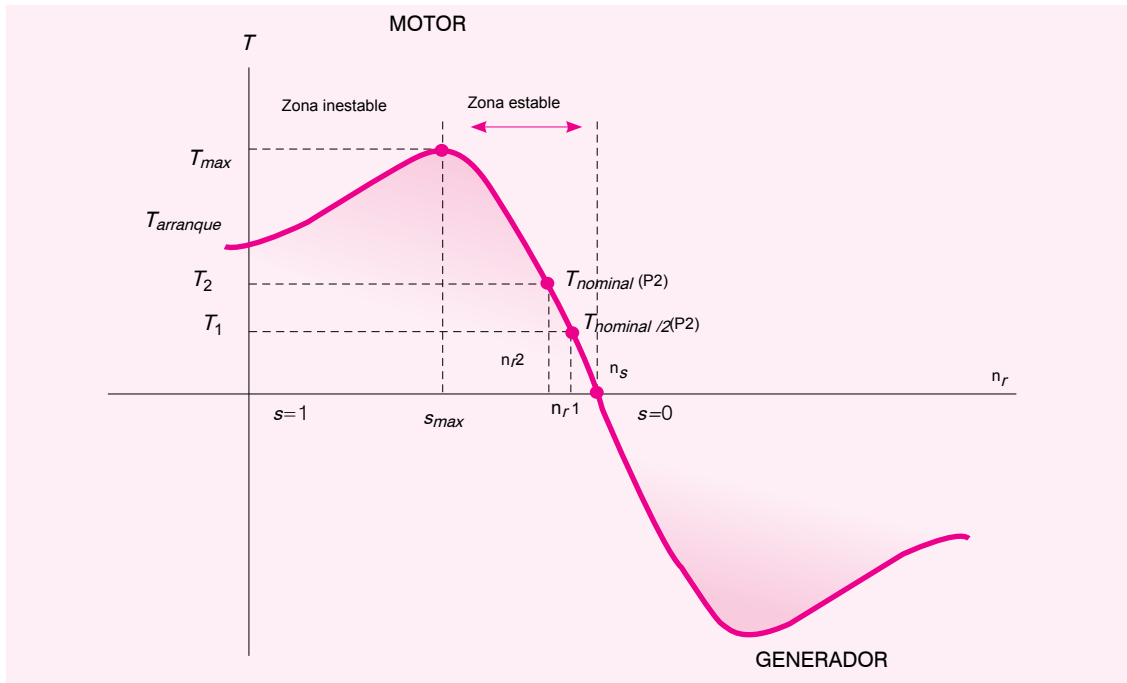


Figura 4.6 Curva Par-Velocidad para el motor de inducción trifásico.

A partir de la figura 4.6 se puede ver que en la zona de operación estable, con un incremento de carga del punto de operación P_1 al punto P_2 , se tiene un decremento de la velocidad de n_{r1} a n_{r2} y existe un incremento del par electromagnético por lo que tiende a conservarse el punto de operación. Si se hace el mismo análisis en la zona inestable se puede ver que esto no se cumple, ya que incrementos de carga causan incrementos de velocidad alejándose del punto de operación por lo que la zona estable mecánica se puede interpretar como el lugar donde se encuentra al menos un punto de operación.

No se debe de olvidar que al emplear un motor de inducción se tiene que pensar que un motor es un sistema bi-direccional de energía que transforma la energía eléctrica en mecánica y viceversa, como se puede ver en la figura 4.7, por lo que existe la zona de generador que aparece cuando la velocidad del rotor es mayor que la velocidad de sincronía.

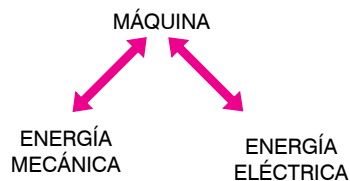


Figura 4.7 Motor como sistema bi-direccional de energía.

4.9 Análisis del comportamiento dinámico de un motor de inducción

Una de las pruebas más importantes para el estudio dinámico es un arranque con carga y uno en vacío, como se muestra en la figura 4.8 en la que se puede ver que la corriente en estado permanente, cuando el motor tiene carga, tiene una amplitud mayor. Esto se puede deducir empleando el circuito equivalente en donde se asume que un motor con carga tiene un deslizamiento diferente de cero ($S \neq 0$), el cual puede ser muy cercano a cero cuando el motor trabaja en vacío ($S \approx 0$). En el momento en que se aplica carga nominal en un motor convencional el valor del deslizamiento se aproxima al 5%, y en la mayoría de los casos depende del tipo de nema (clase del motor) lo que genera un incremento en la corriente del rotor, mientras que en vacío se puede despreciar esta componente y se puede asumir que sólo se tiene la componente de corriente de vacío. Por otra parte, se observa un incremento en el tiempo de establecimiento del valor en estado permanente (este tiempo inicia cuando se extingue el estado transitorio, el cual aparece en el momento de energizar el motor) y esto se debe al incremento en la constante de tiempo mecánica del motor ya que al adicionarle carga se incrementa la componente de inercia (J) debida a la carga mecánica, como lo demuestra la ecuación diferencial mecánica de equilibrio de primer orden

$$T - T_L = J \frac{d\omega(t)}{dt} + \beta\omega(t)$$

en donde de manera general se tiene que

T : Par electromagnético.

β : Coeficiente de fricción.

T_L : Par de carga.

Se tiene que notar que el valor pico máximo de la corriente en el arranque, **VPM**, no depende del valor de la carga. En el circuito equivalente se puede sustituir el valor unitario del deslizamiento ($S = 1$) que se tiene cuando el motor arranca, y se puede demostrar que el **VPM** sólo depende de los parámetros de la máquina eléctrica así como de los voltajes del estator y no de la carga.

En algunos casos (en especial para máquinas que no son fraccionarias) este pico de corriente impide que se puedan arrancar los motores a plena línea, lo cual es el porqué de la corriente de demanda inicial. Esta es una de las razones por la que son necesarios los arrancadores, sean de estado sólido o convencionales como lo son los que cuentan con auto-transformador o un

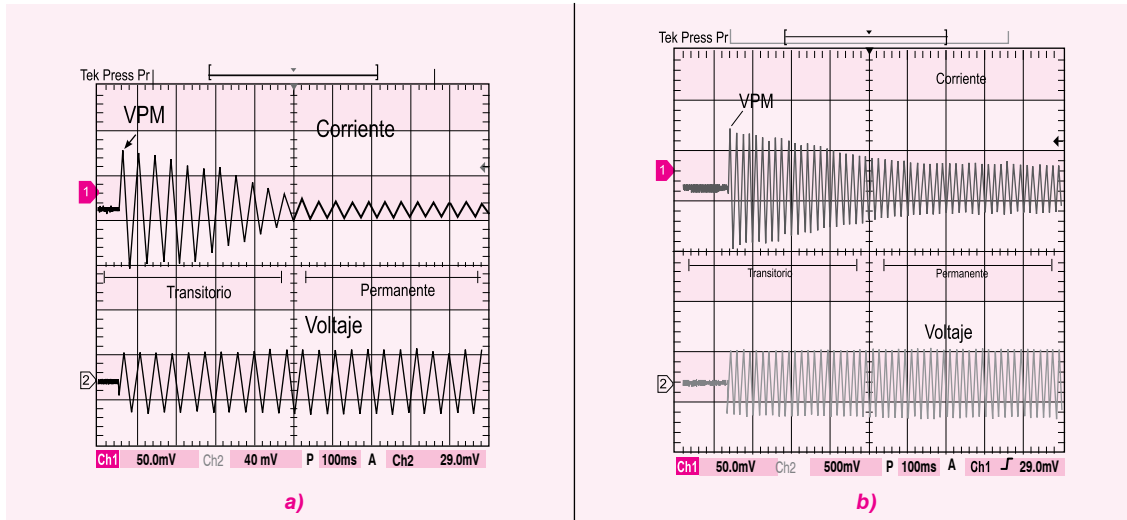


Figura 4.8 Corriente (figura superior) y voltaje del estator (figura inferior) de un arranque en vacío *a)* y un arranque con carga *b)*

arranque estrella-delta, como se mencionará más adelante. En la actualidad los arrancadores convencionales se han sustituido por arrancadores electrónicos, que no sólo tienen la función de realizar un arranque suave sino que además ejecutan funciones de protección y de control, así como de automatización.



En los archivos [TeSys_U_ITESM.pdf](#) y [TeSys_U_CONFERENCIA.pdf](#) se presentan las nuevas ventajas que tienen los arrancadores de estado sólido, y en el archivo [Automatización.pdf](#) se muestra cómo se pueden emplear estos sistemas dentro de las nuevas topologías de automatización.

4.10 Nemas y tipos de arranque

El tipo de NEMAS permite clasificar los motores de inducción de acuerdo con sus características elementales, principalmente el valor que pueden tener en el par de arranque, la corriente nominal, la corriente de arranque y el par nominal. Como se muestra a continuación, existen cuatro tipos básicos de motores.

Motor clase A: tiene un par de arranque bajo con un deslizamiento $s < 5\%$ durante su valor nominal. La corriente de arranque puede ser de 5 a 8 veces su valor nominal, y también presenta un rendimiento alto. El mayor uso de este tipo de motor se encuentra en las bombas, ventiladores y máquinas herramienta, con valores de hasta 6 kW, y en potencias mayores a 6 kW se usan sistemas de arranque para limitar la corriente.

Motor clase B: tiene un par de arranque similar al clase A, con una corriente de arranque que se puede considerar menor en un 25%, el par nominal se encuentra con un deslizamiento $s < 5\%$, el rendimiento es alto y estos motores son de los más utilizados en aplicaciones industriales.

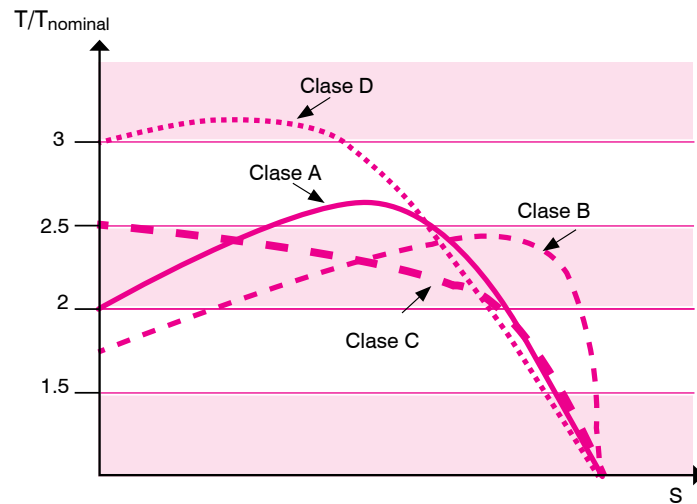
Motor clase C (Doble jaula): tiene un par de arranque elevado (dos veces el par nominal, aproximadamente), con una corriente de arranque baja, el par nominal se encuentra con valores de deslizamiento $s < 5\%$, tiene un rendimiento alto con aplicaciones en donde se requiere un alto par de arranque, pero su par máximo es menor a los motores de clase A.

Motor clase D: presenta un par de arranque muy elevado (mayor a tres veces el par nominal), con una corriente de arranque baja y un par nominal con deslizamiento entre el 7.5% y el 16.5%, su rendimiento es bajo y sus principales requerimientos son en aplicación de accionamientos intermitentes que requieren acelerar muy rápido.



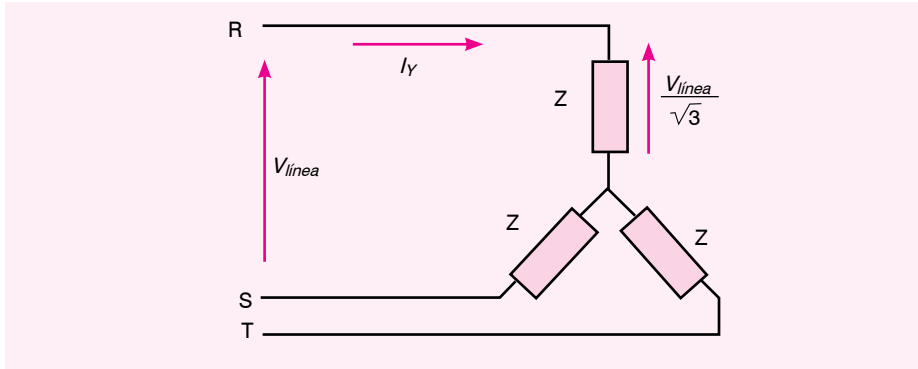
Para la determinación de los parámetros del motor de inducción se emplean pruebas de laboratorio específicas, acerca de las cuales se puede encontrar información detallada en la carpeta **Prácticas de Laboratorio**

Figura 4.9
Tipos de NEMAS.



4.11 Arranque estrella-delta

El arranque estrella-delta se puede definir empleando los esquemas generales de los sistemas en delta y en estrella, esto es, especificando un sistema en estrella y en delta a partir de los principios básicos de las relaciones de línea y de fase para corrientes y voltajes en sistemas balanceados.



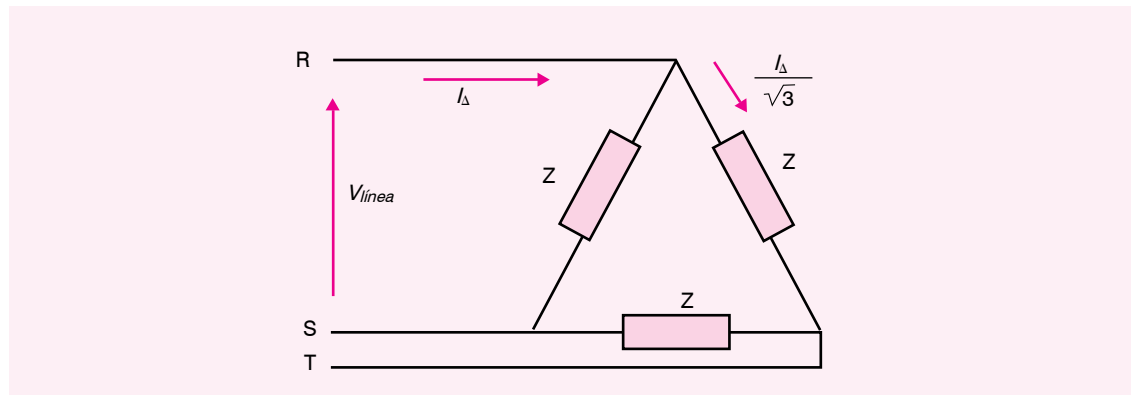
$$I_Y = \frac{V_{línea}}{\sqrt{3}Z}$$

El par de arranque en un sistema con conexión estrella se puede definir empleando la siguiente expresión, que representa el par que desarrolla el motor cuando arranca, y que se encuentra con las relaciones básicas de un sistema en estrella

$$T_{arranque-Y} = \frac{3R_r' (I_{r-arranque-Y})^2}{\omega_s}$$

Para el sistema en delta, empleando las leyes de circuitos eléctricos elementales, se tiene que el valor de la corriente en delta es igual a

$$I_{\Delta} = \sqrt{3} \frac{V_{línea}}{Z}$$



Voltaje de línea y fase

El voltaje de línea a línea es la diferencia de potencial medida entre dos líneas de transmisión.

Por otro lado, cada bobina de un generador trifásico puede ser representada como una fuente de voltaje senoidal, y para identificar a cada voltaje se les da el nombre de voltaje de la fase a, de la fase b y de la fase c.

Se puede definir el par de arranque en un sistema en delta mediante la siguiente expresión

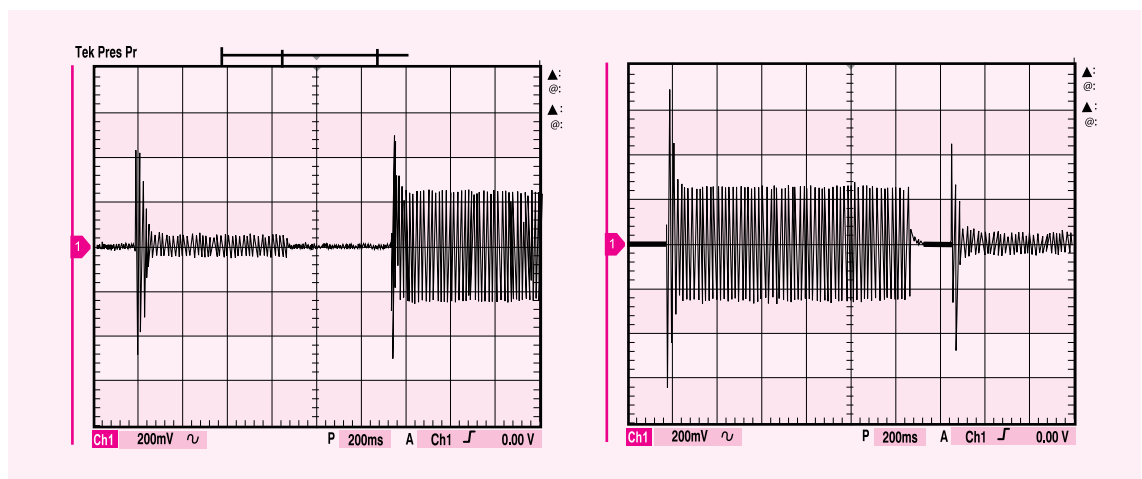
$$T_{arranque-\Delta} = \frac{3R_r'}{\omega_s} \left[\frac{I_{r-arranque-\Delta}}{\sqrt{3}} \right]^2$$

por lo que se puede deducir que un arranque en estrella consume una corriente menor, pero de la misma forma se genera un par menor de arranque y esto se tiene que considerar al contemplar la carga que desplazará, además de encontrar la relación entre las corrientes de arranque en estrella y delta, así como las relaciones del par de arranque, las cuales se definen por las ecuaciones siguientes

$$I_Y = \frac{I_{\Delta}}{3}$$

$$T_{arranque-\Delta} = 3T_{arranque-Y}$$

Las siguientes respuestas muestran el arranque de un motor de inducción empleando un arrancador en estrella-delta, y lo que sucede cuando este arrancador cambia por un arranque delta-estrella. En estas gráficas se puede apreciar la disminución de la corriente de arranque cuando el motor se arranca con una conexión en estrella-delta, la cual es superior cuando se arranca en conexión delta-estrella. Se tiene que tomar en cuenta que existe un punto de interrupción de la energía, lo que deja al motor con voltaje cero durante un periodo transitorio. Esto puede ser relevante si este estado transitorio es prolongado y afecta los requerimientos del sistema mecánico de la carga.



Conexión estrella-delta al arranque;
gráfica de la corriente.

Conexión delta-estrella al arranque;
gráfica de la corriente.

4.12 Motores de inducción con diferentes características en el rotor

Los motores de inducción pueden cambiar sus características elementales a través de su diseño, y esto permite que la curva mecánica par-velocidad tenga comportamientos diferentes de acuerdo con los requerimientos de la carga, por tanto es necesario conocer éstos así como las zonas de operación que son esenciales para su buen desempeño.

Un buen ejemplo de cómo se puede cambiar el desempeño del motor de inducción se presenta al variar el valor de la resistencia del rotor (aquí se tiene que recordar que con una valor bajo de resistencia el rendimiento del motor es alto y el par de arranque es bajo) por otro lado con un valor de resistencia del rotor alto se tiene un par de arranque alto pero un bajo rendimiento. Una buena alternativa es tener un sistema que pueda combinar las dos características de valores de resistencia dependiendo de las necesidades.

Se tiene que recordar que la reactancia en el rotor depende de la frecuencia del rotor y ésta del valor del deslizamiento, por lo que es lógico que una reducción de la resistencia del rotor a través del aumento de la sección de la barra mejora el rendimiento y una reducción de la sección útil genera un aumento de la resistencia del rotor, lo que provoca un incremento en el par de arranque.

El cambio en el diseño de las barras en el rotor da lugar a tres posibilidades que son atractivas para la industria: la primera es tener barras de secciones pequeñas, las cuales presentan una alta resistencia y una baja reactancia en el rotor; la segunda es tener barras profundas con una resistencia baja y una reactancia elevada; y la tercera es la de los rotores de doble jaula que tienen las dos características anteriores.

En los motores de doble jaula de ardilla se cambian los valores de la resistencia y reactancia del rotor de acuerdo con los valores de velocidad. Esto se puede determinar empleando la siguiente expresión, $P_{\text{conv}} = (1-s)P_{ag}$, la cual muestra que para valores elevados de deslizamiento la potencia de conversión es baja y por lo tanto el rendimiento del motor también lo es, por lo que si el par máximo del motor se encuentra con valores de deslizamientos altos, el rendimiento del motor disminuye.



En el archivo **Partes Basicas Motor De Inducción.pdf** se exponen los conceptos elementales de un motor de doble jaula de ardilla, de anillos (devanado) y el motor de inducción monofásico.

4. 13 Problemas del motor de inducción trifásico

Problema 1



Un motor trifásico de inducción tipo jaula tiene los siguientes datos nominales: 480 V/Y/50 Hp/4 polos/60 Hz, con una resistencia en el estator de 0.1Ω , una reactancia de 0.35Ω , una reactancia del rotor de 0.4Ω y una resistencia del rotor de 0.125Ω .

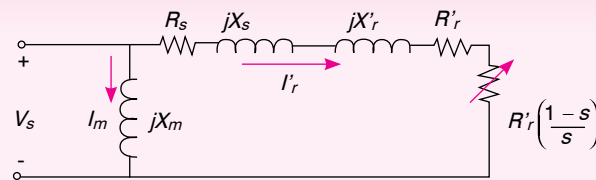
Las pérdidas (trifásicas) en el núcleo y las rotacionales son de 1200 W y 900 W respectivamente.

Considérese el circuito equivalente monofásico con la reactancia de magnetización a la izquierda (en terminales de la fuente).

El motor se arranca en vacío (tomar en cuenta que en vacío la corriente del rotor reflejada al estator I_r es igual a cero) y demanda una corriente (de magnetización) de 21 A con un factor de potencia igual a 0. Al acoplarle cierta carga mecánica el deslizamiento es de 0.025.

Determinar la reactancia de magnetización, el par electromagnético y la eficiencia del motor.

Solución



En vacío: $I_m = 21 \text{ A}$; $fp = 0$.

$$\hat{I}_m = 21 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\hat{V}_s = \frac{480}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 277.1 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$j\hat{X}_m = \frac{\hat{V}_s}{\hat{I}_m} = 13.2 \angle 90^\circ \Omega$$

Con carga:

$$s = 0.025$$

$$I_r' \left[\frac{V_s}{\left[\left(R_s + \frac{R'_r}{s} \right) + j(X_r + X_s) \right]} \right] = 53.8 \angle -8.4^\circ \text{ A}$$

La corriente total es

$$I_s = (53.8 \angle -8.4^\circ) + (21 \angle -90^\circ) = (60.5 \angle -28.5^\circ) \text{ A}$$

$$fp = \cos \theta_s = \cos(-28.5^\circ) = 0.88(-)$$

Velocidad de sincronismo:

$$n_s = \frac{120 f_s}{\# \text{ polos}} = \frac{(120)(60)}{4} = 1800 \text{ rpm}$$

$$\omega_s = 1800 \left(\frac{2\pi}{60} \right) = 188.5 \text{ rad/seg}$$

Potencia del entrehierro

$$P_g|_{3\phi} = 3 |I_r'|^2 \frac{R_r'}{s} = 3(53.8)^2 \left(\frac{0.125}{0.025} \right) = 43.417 \text{ kW}$$

$$T_{em} = \frac{P_g|_{3\phi}}{\omega_s} = \frac{43,417}{188.5} = 230 \text{ N m}$$

$$P_{salida} = P_0 = P_{em} - P_{rotacional}$$

$$P_0 = (1 - s)P_g - P_{rotacional}$$

$$= (1 - 0.025)(43,417) - 900 = 41.432 \text{ kW}$$

$$P_{entrada} = P_{in} = P_g + P_{estator} + P_{núcleo}$$

$$P_{in} = 43,417 + 3(60.5)^2(0.1) + 1200 = 45.715 \text{ kW}$$

$$\eta = \frac{P_0}{P_{in}} = \frac{41.432}{45.715} = 0.906$$

Problema 2



Se tiene un motor trifásico de inducción, conectado en Y, 6 polos, $V_L=4000$ V; $f=60$ Hz.

Al realizar ensayos se obtuvieron los siguientes datos:

VACÍO: $V_L=4000$ V; $I_{\text{vacío}}=7$ A; $P_{\text{vacío}}=7$ kW.

ROTOR BLOQUEADO: $V_L=1340$ V; $I_{\text{rb}}=32$ A; $P_{\text{rb}}=18.2$ kW.

CORRIENTE DIRECTA: $R_s=0.7 \Omega/\text{fase}$.

Suponiendo que la reactancia del estator y la del rotor reflejada al estator son iguales, determinar el par electromagnético en el momento del arranque. Utilizar el circuito equivalente monofásico aproximado (rama de magnetización a la izquierda).

Solución



Del ensayo de vacío:

$$|V_L| = 4000V \quad \therefore \quad |V_f| = \frac{4000V}{\sqrt{3}} = 2309.401 \text{ V}$$

$$I_f = |I_v| = 7 \text{ A}$$

$$P_{\text{vacío}}|_{3\phi} = 7000W \rightarrow P_{1\phi} = \frac{7000}{3} = 2,333.3 \text{ W}$$

$$|Z_v| = \frac{V_f}{I_f} = \frac{2309.401V}{7A} = 329.91444$$

$$P_{1\phi} = I_f^2 R_v \rightarrow R_v = \frac{P_{1\phi}}{I_f^2} = \frac{2,333.33}{(7)^2} = 47.619 \Omega$$

$$X_v = \sqrt{Z_v^2 - R_v^2} = 326.46 \Omega$$

Ensayo de rotor bloqueado

$$V_L = 1340 \text{ V} \rightarrow V_f = \frac{1340 \text{ V}}{\sqrt{3}} = 773.65 \text{ V}$$

$$I_{rb} = 32 \text{ A} \rightarrow I_f = 32 \text{ A}$$

$$Z_{rb} = \frac{V_{rb}}{I_{rb}} = \frac{773.65}{32} = 24.1765 \ \Omega$$

$$P_{1\phi} = I_f^2 R_{rb} \rightarrow R_{rb} = \frac{P_{1\phi}}{I_f^2} = \frac{(18200/3)}{(32)^2} = 5.86 \ \Omega$$

$$X_{rb} = \sqrt{Z_{rb}^2 - R_{rb}^2} = 23.456 \ \Omega$$

$$X_s = 0.5 X_{rb}$$

$$X_r' = 0.5 X_{rb}$$

Además

$$R_s = 0.7 \ \Omega$$

$$X_s = 11.73 \ \Omega$$

$$X_r' = 11.73 \ \Omega$$

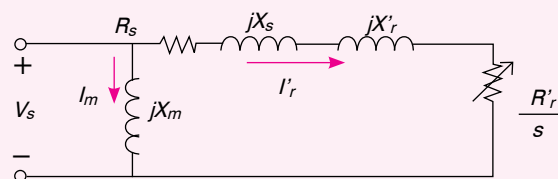
Para calcular el par electromagnético:

$$R_{aux} = R_{rb} - R_s = 5.86 - 0.7 = 5.16 \ \Omega$$

$$R_r' = R_{aux} \left(\frac{X_r' + X_\phi}{X_\phi} \right)^2$$

$$X_\phi = X_v - X_s = 326.46 - 11.75 = 314.73$$

$$R_r' = 5.552 \ \Omega$$



$$V_s = 2309.401 \text{ V}$$

$$Z_{sr} = (R_s + R_r') + j(X_s + X_r')$$

$$= 6.252 + j23.456$$

$$= 24.275 \angle 75.075^\circ$$

$$I_r' = \frac{V_s}{Z_{sr}} = \frac{2309.401}{24.275 \angle 75.075^\circ} = 95.135 \angle -75.075^\circ \text{ A}$$

$$P_g|_{1\phi} = |I_r'|^2 R_r' = (95.135)^2 (5.552) = 50,278.223 \text{ W}$$

$$P_g|_{3\phi} = 150,834.67 \text{ W}$$

$$\omega_s = n_s \left(\frac{2\pi}{60} \right) = \left(\frac{120 f_s}{\# \text{ polos}} \right) \left(\frac{2\pi}{60} \right) = 125.664 \text{ rad/seg}$$

$$T_{em} = \frac{P_g}{\omega_s} = 1200.3 \text{ N m}$$

Problema 3



Un motor de inducción trifásico de 460 V, 60 Hz y cuatro polos gira a 1740 rpm cuando opera a plena carga. Este motor tiene los siguientes parámetros por fase:

$$R_1 = 0.25 \ \Omega$$

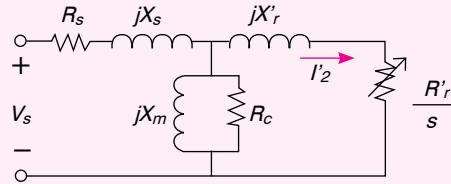
$$R_2 = 0.2 \ \Omega$$

$$X_1 = X_2' = 0.5 \ \Omega$$

$$X_m = 30 \ \Omega$$

Determinar a) la corriente por fase al arrancar el motor, b) la torca por fase al arrancar el motor, c) el coeficiente de deslizamiento a plena carga y d) la corriente por fase demandada por el motor a plena carga.

El circuito equivalente es



Al arrancar el motor

$$\eta_m = 0 \quad \rightarrow \quad s = 1$$

Se tiene que $R_c \rightarrow \infty$, y la impedancia de entrada es

$$\begin{aligned} Z_i &= (R_s + jX_s) + jX_m \parallel (R'_2 + jX'_2) \\ &= (0.25 + j0.5) + j30 \parallel (0.2 + j0.5) \\ &= 1.088 \angle 66^\circ \quad \Omega \end{aligned}$$

a) La corriente de arranque por fase es

$$I_{arr} = \frac{V_\phi}{Z_i} = \frac{265.6 \text{ V}}{1.088 \angle 66^\circ \quad \Omega} = 244.2 \angle -66^\circ \text{ A}$$

b) $\tau_{arr} = \frac{I'_2 R'_2}{\omega_{\sin} s}$ donde para $s = 1$ se tiene que

$$(I'_2)^2 = \frac{V_{th}^2}{(R_{th} + R'_r)^2 + (X_{th} + X'_r)^2}$$

pero

$$R_{th} \cong \left(\frac{X_m}{X_s + X_m} \right)^2 R_s = 0.242 \quad \Omega$$

$$X_{th} \cong X_s = 0.5 \quad \Omega$$

$$V_{th} \cong \frac{X_m}{X_s + X_m} V_s = 261.2 \text{ V}$$

Solución



así que

$$\left(I_2'\right)^2 = 57,080.5 \text{ A}^2$$

Y con $\omega_s = \frac{\pi f_s}{p} = 188.5 \text{ rad/seg}$, se llega a

$$\tau_{arr} = \frac{57,080.5}{188.5}(0.2) = 60.6 \text{ Nm}$$

c) En plena carga

$$s = \frac{1800 - 1740}{1800} = 0.033$$

d) Ahora se tiene

$$\frac{R_2'}{s} = \frac{0.2}{0.033} = 6 \text{ } \Omega$$

Así que

$$Z_i = (R_s + jX_s) + jX_m \parallel (R_2' + jX_2')$$

$$= 6.202 \angle 19.7^\circ \text{ } \Omega$$

se tendrá

$$I_{pc} = \frac{460/\sqrt{3} \text{ V}}{6.202 \angle 19.7^\circ \text{ } \Omega}$$

$$= 42.8 \angle -19.7^\circ \text{ A}$$

Nótese la fuerte reducción en la corriente demandada por el motor.

Un motor de inducción trifásico con los datos de placa 460 V, 15 Hp, 60 Hz, 1728 rpm, cuatro polos, entrega potencia nominal cuando la carga se acopla en la flecha. Las pérdidas por fricción y rotacionales son de 750 W. Para condiciones nominales determinar

- La potencia mecánica desarrollada incluyendo las pérdidas.
- La velocidad síncrona en rpm.
- El deslizamiento.
- Las pérdidas en el cobre del rotor.

Problema 4



- Para la potencia mecánica desarrollada por el motor se tiene que

$$P_{out} = (746 \text{ W/Hp})(15 \text{ Hp}) = 11.19 \text{ kW}$$

$$P_{mec} = 11.19 + 0.75 = 11.94 \text{ kW}$$

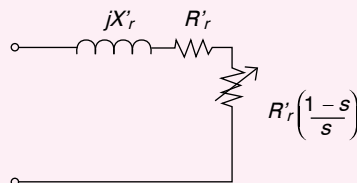
- La velocidad del motor en rpm se calcula usando la frecuencia de alimentación:

$$n_s = \frac{120 f_s}{4} = 1800 \text{ rpm}$$

- El deslizamiento del motor se obtiene con la velocidad nominal y la velocidad síncrona:

$$s = \frac{1800 - 1728}{1800} = 0.04 = 4\%$$

- El circuito equivalente del rotor es:



Solución



La analogía es:

$$\frac{P_{cobre}}{P_{mec}} = \frac{R_r'}{\frac{R_r'}{s}(1-s)} = \frac{s}{s-1}$$

$$\begin{aligned} P_{cobre} &= \frac{s}{s-1} P_{mec} \\ &= \left(\frac{0.04}{1-0.04} \right) (11.94 \text{ kW}) \\ &= 497.5 \text{ W} \end{aligned}$$

Problema 5



Un motor trifásico tipo jaula de ardilla con los datos de placa 10 Hp, 220 V, 60 Hz, 1746 rpm, 4 polos, está conectado en estrella y tiene los siguientes parámetros:

$$R_s = 0.4 \ \Omega$$

$$R_r = 0.14 \ \Omega$$

$$R_c = \text{Circuito abierto}$$

$$X_s = 0.35 \ \Omega$$

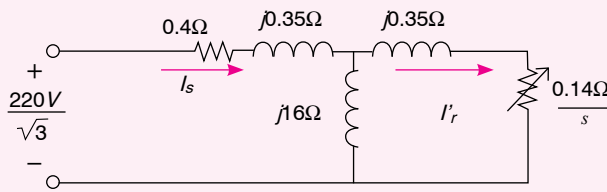
$$X_r' = 0.35 \ \Omega$$

$$X_m = 16 \ \Omega$$

Las pérdidas rotacionales totales suman 360 W y la máquina está trabajando a condiciones nominales. Utilizando esta información:

- Dibujar el circuito equivalente mostrando los parámetros internos del motor (rotor y estator).
- Determinar el deslizamiento del motor.
- Determinar la corriente por fase en el rotor (referida al estator).
- Determinar el par total desarrollado por el motor.

El diagrama equivalente del motor es:



Solución



Para la velocidad síncrona se tiene que:

$$n_s = \frac{120 f_s}{4} = 1800 \text{ rpm}$$

$$n_m = 1746 \text{ rpm}$$

$$s = \frac{n_s - n_m}{n_s} = 0.03$$

Teniendo el deslizamiento y el valor de la resistencia del rotor, entonces se calcula la resistencia en estado permanente trabajando en condiciones nominales:

$$\frac{0.14}{s} = 4.67 \ \Omega$$

Se calcula I_2

$$\frac{220}{\sqrt{3}} = (0.4 + j16.35)I_1 - (j16)I_2$$

$$0 = (-j16)I_1 + (4.67 + j16.35)I_2$$

Resolviendo el sistema $I'_r = I$ se obtiene que

$$I'_r = \frac{\begin{vmatrix} 0.4 + j16.35 & 127 \\ -j16 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0.4 + j16.35 & -j16 \\ -j16 & 4.67 + j16.35 \end{vmatrix}}$$

$$= (24.4 \angle -6.51^\circ) \text{ A}$$

Para encontrar el par desarrollado por el motor se tiene que

$$K_{th} = \frac{X_m}{X_s + X_m} = \frac{16\Omega}{16.35\Omega} = 0.9786$$

$$V_{th} = K_{th}V_s = 215.3 \text{ V}$$

$$R_{th} = 0.383 \text{ } \Omega = K_{th}^2 R_s$$

Usando el deslizamiento, la velocidad síncrona y el número de polos se tiene que

$$\tau_\phi = \frac{(215.3V)^2 (0.14\Omega)}{\left[\left(0.383 + \frac{0.14}{0.03}\right)^2 + (0.35 + 0.35)^2 \right]} = 44.16 \text{ N m}$$

Pero esto es sólo por fase. El par total entregado por el motor es tres veces lo calculado:

$$\tau_{total} = 3\tau_\phi = 132.5 \text{ N m}$$

Problema 6



Un motor de inducción entrega 50 kW a una carga conectada en el eje. Bajo esta condición de carga la eficiencia del motor es del 88% y las pérdidas del estator, del rotor, en el entrehierro y las mecánicas, son iguales. Determinar el deslizamiento.

Solución



La potencia de entrada es

$$P_{in} = \frac{P_0}{\eta} = 56.81818 \text{ kW}$$

$$P_{totales} = P_{in} - P_0 = 6.81818 \text{ kW}$$

$$\begin{aligned} P_g &= P_{in} - P_{est} - P_{núcleo} \\ &= P_{in} - \frac{P_{totales}}{4} - \frac{P_{totales}}{4} \\ &= 53.4091 \text{ kW} \end{aligned}$$

$$P_{rotor} = \frac{P_{totales}}{4} = 1.7045455 \text{ kW}$$

También

$$P_{rotor} = sP_g$$

Entonces

$$s = \frac{P_{rotor}}{P_g} = 0.032$$

Un motor de inducción trifásico de 25 Hp, 440 V, 60 Hz y cuatro polos, tiene los siguientes parámetros:

$$R_s = 0.5 \ \Omega$$

$$R_r' = 0.35 \ \Omega$$

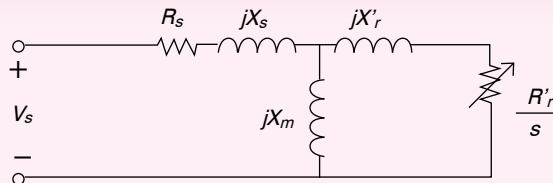
$$X_s = 1.2 \ \Omega$$

$$X_r' = 1.2 \ \Omega$$

$$X_m = 25 \ \Omega$$

La combinación de las pérdidas mecánicas y del entrehierro suman 1250 W, y se supone que son constantes. Para un deslizamiento del 2.5% a voltaje y frecuencia nominales, determinar el par de salida y la eficiencia del motor.

Problema 7



Solución



Para determinar el par y la eficiencia se tiene que

$$n_s = \frac{120 f_s}{4} = 1800 \text{ rpm}$$

$$\omega_s = n_s \frac{2\pi}{60} = 188.3 \text{ rad/seg}$$

$$n_r = 1755 \text{ rpm}$$

$$\omega_r = n_r \frac{2\pi}{60} = 183.8 \text{ rad/seg}$$

$$Z_r' = \frac{R_r'}{s} + jX_r' = (14 + j1.2) \ \Omega$$

La impedancia total es

$$Z_T = Z_{st} = \frac{(jX_m)(Z_r')}{jX_m + Z_r'} = (10.42 + j7.64) \Omega = (12.92 \angle 36.3^\circ) \Omega$$

$$I_s = \frac{V_s}{Z_T} = \frac{440/\sqrt{3}}{(12.92 \angle 36.3^\circ)} = (19.66 \angle -36.3^\circ) \text{ A}$$

Utilizando el ángulo de la corriente se tiene la potencia real de salida para calcular el par:

$$P_0 = P_{in} - P_{est} - P_{rotor} - P_{mecánica}$$

$$P_{in} = 3|V_s||I_s|\cos\theta = 12.075 \text{ kW}$$

$$P_{est} = 3|I_s|^2 R_s = 580 \text{ W}$$

$$P_{rotor} = 3|I_r|^2 R_r = 287 \text{ W}$$

$$P_0 = 12.075 \text{ kW} - 580 \text{ W} - 287 \text{ W} - 1250 \text{ W} = 9.958 \text{ kW}$$

$$T_0 = \frac{P_0}{\omega_r} = 54.18 \text{ N m}$$

$$\eta = \frac{P_0}{P_{in}} = 0.825 = 82.5\%$$

Problema 8



Un motor de inducción de 7.5 Hp, 440 V, 1730 rpm, entrega un valor al arranque de 2.5 veces el nominal cuando es alimentado con un voltaje nominal. Determinar el valor del par al arranque cuando se alimenta con 230 V.

En el arranque se tiene que $s=1$

$$Z_{arr} = R_s + jX_s + jX_r' + R_r'$$

$$T_{arr} = \frac{P_g}{\omega_s} = \frac{3|I_r'|^2 R_r'}{\omega_s}$$

$$|I_r'| = \frac{|V_s|}{|Z|}$$

$$T_{arr} = \frac{3 \left(\frac{|V_s|}{|Z|} \right)^2 R_r'}{\omega_s} = \frac{3 |V_s|^2 R_r'}{|Z|^2 \omega_s}$$

El par nominal es

$$T_1 = \frac{P_0}{\omega_r} = 30.8834 \text{ N m}$$

$$T_{arr1} = 2.5 T_1 = 77.2085 \text{ N m}$$

$$T_{arr1} = \frac{3 \left| \frac{440}{\sqrt{3}} \right|^2 R_r'}{|Z|^2 \omega_s}$$

$$T_{arr2} = \frac{3 \left| \frac{230}{\sqrt{3}} \right|^2 R_r'}{|Z|^2 \omega_s}$$

$$\frac{T_{arr2}}{T_{arr1}} = \frac{\frac{3 \left| \frac{230}{\sqrt{3}} \right|^2 R_r'}{|Z|^2 \omega_s}}{\frac{3 \left| \frac{440}{\sqrt{3}} \right|^2 R_r'}{|Z|^2 \omega_s}} = \frac{(230)^2}{(440)^2}$$

$$T_{arr2} = \left(\frac{230}{440} \right)^2 T_{arr1} = 0.27324 (77.2085 \text{ N m}) = 21.097 \text{ N m}$$