Respuestas a los problemas impares del capítulo 1

Proposiciones y conectivos lógicos

1.1 a y c.

1.3

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$	$\neg(\neg p \vee \neg q)$
V	V	F	F	F	V
V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	V	F
F	F	V	V	V	F

1.5

p	q	r	$\neg q$	$p \wedge \neg q$	$(p \wedge \neg q) \vee r$
V	V	V	F	F	V
V	V	F	F	F	F
V	F	V	V	V	V
F	V	V	F	F	V
V	F	F	V	V	V
F	V	F	F	F	F
F	F	V	V	F	V
F	F	F	V	F	F

Implicación y equivalencia lógica

1.7

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$
V	V	V	F	F	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	F	V	V	F	V
F	F	F	V	V	V	V

Obsérvese que las columnas cuatro y siete, correspondientes a las proposiciones $\neg(p \wedge q)$ y $\neg p \vee \neg q$, coinciden, por lo que estas proposiciones son equivalentes.

1.9

p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$	$(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$
V	V	V	V	F	F
V	F	V	F	V	V
F	V	V	F	V	V
F	F	F	F	V	F

Reglas de inferencia

1.11

p	q	$p \to q$	$(p \to q) \wedge q$	$[(p \to q) \wedge q] \to p$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	F
F	F	V	F	V

Conjuntos

1.13 (a) verdadera; (b) falsa; (c) verdadera; (d) verdadera.

Operaciones con conjuntos

1.15 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) = (A \cup B) \cap C$.

1.17 $(A \cap B) \cap (A - B) = (A \cap B) \cap (A \cap B^c) = A \cap (B \cap B^c) = A \cap \emptyset = \emptyset$.

1.19 Por ejemplo, si $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 4\}$, $C = \{2, 5\}$, entonces $A \cup (B - C) = \{1, 2, 3, 4\}$ y $(A \cup B) - (A \cup C) = \{4\}$.

1.21 Supongamos que $A \subseteq B$. Si $x \in B^c$, entonces $x \notin B$, por lo tanto $x \notin A$, es decir $x \in A^c$, de ahí que $B^c \subseteq A^c$. Supongamos ahora que $B^c \subseteq A^c$. Si $x \in A$ entonces $x \notin B^c$, es decir, $x \in B$, por lo tanto $A \subseteq B$.

1.23 Falso, por ejemplo, si $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, entonces $A - C = \{2\} = B - C$, pero $A \neq C$.

1.25 Por ejemplo, si $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 3\}$, $C = \{2, 3\}$, entonces $A \cup B = \{1, 2, 3\} = A \cup C$, pero $B \neq C$.

1.27 $(B-A)\cap(C-A)=(B\cap A^c)\cap(C\cap A^c)=(B\cap C)\cap A^c\subseteq A\cap A^c=\emptyset$.

1.29 Si $C\in\wp(A\cap B)$, entonces $C\subseteq A\cap B$, de ahí que $C\subseteq A$ y $C\subseteq B$, por lo tanto $C\in\wp(A)$ y $C\in\wp(B)$, es decir, $C\in\wp(A)\cap\wp(B)$.

Ejercicios adicionales

1.31 Si x es de la tribu A, entonces sería verdad que z es de la tribu A, pero entonces la afirmación de z sería falsa, lo cual no es posible. Por lo tanto x es de la tribu B, de ahí que su afirmación sea falsa, y por lo tanto z es de la tribu B.

1.33 (a)

p	q	$p\wedge q$	$\neg(p\wedge q)$
V	V	V	F
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

Que coincide con la tabla de verdad del operador de Sheffer.
(b) Por el inciso anterior, $p\uparrow p=\neg(p\wedge p)=\neg p$.
(c) Por el inciso (b), $(p\uparrow p)\uparrow(q\uparrow q)=(\neg p)\uparrow(\neg q)=\neg[(\neg p)\wedge(\neg q)]=p\vee q$.
(d) Por el inciso (b), $(p\uparrow q)\uparrow(p\uparrow q)=\neg(p\uparrow q)=\neg(\neg(p\wedge q))=p\wedge q$.

1.35 $(A-B)\cap C=(A\cap B^c)\cap C=(A\cap C)\cap B^c=(A\cap C)-B$.

1.37 $A-(B\cap C)=A\cap(B\cap C)^c=A\cap(B^c\cup C^c)=(A\cap B^c)\cup(A\cap C^c)=(A-B)\cup(A-C)$.

1.39 Si $C\in\wp(A)$ entonces $C\subseteq A$ y por lo tanto $C\subseteq B$, de ahí que $C\in\wp(B)$.