

Respuestas a la evaluación de la competencia del capítulo 1

A. Responde: Falso o Verdadero.

1. La derivación es el proceso inverso de la integración **Verdadero**

2. $\sum_{k=1}^n 1 = k$ **Falso**

3. $\sum_{i=1}^n (2i^2 + 1) \neq \sum_{k=1}^n (2k^2 + 1)$ **Falso**

4. Si $f'(x) = \cos x$ entonces $f(x) = \sin x + C$ **Verdadero**

5. Las figuras amorfas no poseen área **Falso**

6. $\sum_{i=1}^{100} i = 5050$ **Verdadero**

7. La suma inferior puede ser igual a la suma superior **Verdadero**

8. $\sum_{i=1}^n f(x_i^*) \Delta x_i = \int_a^b f(x) dx$ **Falso**

9. $\frac{d}{dx} \int_1^x e^{\operatorname{sen} t} dt = e^{\operatorname{sen} x}$ **Verdadero**

10. Si f es continua en $[a, b]$ entonces $\int_a^b f(x) dx$ existe **verdadero**

11. $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$ **Verdadero**

12. La $\int_a^b f(x) dx$ determina el área bajo la gráfica de f **Falso**

13. $\int f'(x) dx = f(x) + C$ **Verdadero**

14. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$ **Verdadero**

15. $\int_{-\pi}^{\pi} |\sin x| dx = 0$ **Falso**

B. Problemas

En los problemas 16 al 20, encuentra el límite dado.

16. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{4}{n^2} (3i - 2) = 6$

17. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left(\left(1 + \frac{8}{n} i \right)^2 + 1 \right) \frac{8}{n} = \frac{752}{3}$

18. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{i^3}{n^4} = \frac{1}{4}$

19. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left(\frac{2}{n} i + 5 \right) \frac{4}{n} = 24$

20. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{n} i \right)^4 \frac{1}{n} = \frac{1}{5}$

21. Si el intervalo $[-2, 4]$ se parte en 24 subintervalos regulares, el ancho de cada subintervalo es:

$$\Delta x = \frac{4 - (-2)}{24} = \frac{1}{4}$$

22. $f(x) = e^x + e^{-x} = 2e - 2e^{-1}$

23. La partición Δ tiene una norma igual a 1.

24. $\frac{d}{dx} \int_{x^2}^{x^3} \sin(t) dt = 3x^2 \sin x^3 - 2x \sin x^2$

C. Integrales

En los problemas del 25 al 35, evalúa las integrales indefinidas dadas.

25. $\int (\cos x + x) dx = \sin x + \frac{1}{2}x^2 + C$

26. $\int (t+1)^9 dt = \frac{1}{10}(t+1)^{10} + C$

27. $\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = \sqrt{x} + C$

28. $\int (1 - 2x) dx = x - x^2 + C$

29. $\int (\sec x \tan x + 1) dx = \sec x + x + C$

30. $\int \frac{2x}{x^2 + 16} dx = \ln|x^2 + 16| + C$

31. $\int (4x - 3)^3 dx = \frac{1}{16}(4x - 3)^4 + C$

32. $\int \frac{\cos x}{\sin x} dx = \ln|\cos x| + C$

33. $\int \frac{1}{x^2 + 25} dx = \frac{1}{5} \tan^{-1}\left(\frac{x}{5}\right) + C$

34. $\int \frac{x+1}{x} dx = x + \ln|x| + C$

35. $\int \frac{1}{4x} dx = \frac{1}{4} \ln|x| + C$

En los problemas del 36 al 50, evalúa la integral definida dada.

36. $\int_{-2}^2 dx = 4$

37. $\int_0^4 2x dx = 16$

38. $\int_0^\pi \frac{1}{2} \cos(2x) dx = 0$

39. $\int_2^2 \sin^2 x dx = 0$

40. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = 1$

$$41. \int_{-2}^1 (2x - 3x^2) dx = -12$$

$$42. \int_0^1 (4x - 6x^2 + 16x^3) dx = 4$$

$$43. \int_{-1}^1 |x| dx = 1$$

$$44. \int_0^\pi \sin(2x) dx = -\frac{1}{2} \cos(2x) \Big|_0^\pi = -\frac{1}{2} \cos(2\pi) + \frac{1}{2} \cos(0) = 0$$

$$45. \int_0^4 \frac{1}{2} \sqrt{x} dx = \frac{8}{3}$$

$$46. \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sec\left(\frac{x}{2}\right) \tan\left(\frac{x}{2}\right) dx = 4\sqrt{2} - 4$$

$$47. \int_0^\pi \frac{1}{x^2 + 4} dx = \frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$48. \int_0^1 \frac{x}{x+1} dx = 1 - \ln 2$$

$$49. \int_0^{\ln 2} e^x dx = 1$$

$$50. \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \frac{\pi}{3}$$