MÁQUINAS ELECTRICAS Y TÉCNICAS MODERNAS DE CONTROL

PRÁCTICA E
DISEÑO D EUN OBSERVADOR LÍNEAL PARA UN MOTOR DE CORRIENTE DIRECTA

Práctica E

Diseño de un observador lineal para un motor de corriente directa

1. Objetivos

1.1 Que el alumno se familiarice con el modelo matemático de un motor de corriente directa.
1.2 Que el alumno conozca el funcionamiento de un observador y reconozca sus principales aplicaciones y limitaciones.

2. Introducción

Se ve en la sesión de laboratorio.

3. Material y equipo necesario

-Simulink
-Matlab

4. Actividades previas

4.1 Investigue las ecuaciones que modelan el comportamiento dinámico de un motor de corriente directa del tipo excitación separada.
4.2 Investigue las pruebas a realizar para conocer los parámetros de un motor de corriente directa.
4.3 Investigue en qué consiste un observador lineal y su método de diseño.

5. Actividades en el laboratorio

5.1 Modele en el espacio de estados un motor de corriente directa. Considere la el vector de estados $x=[\omega \ \ i_a]^T$, donde ω es la velocidad angular del rotor e i_a es la corriente de armadura; tome esta última como salida del sistema.

Las ecuaciones que modelan el comportamiento dinámico de la planta son

Fuerza electromotriz inducida:

$$V_{fem} = k_1\phi\omega = k_b\omega \,. \qquad (1)$$

Par electromagnético:

$$T_e = k_2\phi i_a = k_m i_a \,. \qquad (2)$$

Malla del devanado R-L-fem:

$$-V_a + R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + V_{fem} = 0\,. \tag{3}$$

Ecuación del movimiento

$$T_e - T_L = J\frac{d\omega}{dt} + \beta\omega\,. \tag{4}$$

Al sustituir (1) en (3) y (2) en (4) con $T_L=0$, y despejar se obtiene el modelo en variables de estado:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{k_b}{L} \\ \frac{k_m}{J} & -\frac{\beta}{J} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} V_a$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\boldsymbol{x} \tag{5}$$

5.2 Verifique que el sistema sea observable. Determine la ecuación característica de la planta.

La matriz de observabilidad

$$N = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{R}{L} & -\frac{k_b}{L} \end{bmatrix} \tag{6}$$

es de rango completo.

La ecuación característica es

$$\left| s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A} \right| = s^2 + \left(\frac{R}{L} + \frac{\beta}{J}\right)s + \frac{1}{JL}\left(R\beta + k_b k_m\right) = 0\,. \tag{7}$$

5.3 Dibuje en Simulink el diagrama de bloques del sistema, la representación en variables de estado y la función de transferencia. Compruebe que los tres modelos son equivalentes.

El diagrama se muestra en la figura 1; los resultados obtenidos para los parámetros *R*= 2 Ω, *L*= .5 H, k_m= .015; k_b= .015; β=0.477 Nms; *J*=0.02 kgm^2/s^2 se reportan en la figura 2. La función de transferencia se obtiene por medio de

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$$

Para los valores presentados se obtiene

$$G(s) = \frac{2s + 20}{s^2 + 14s + 40.02}$$

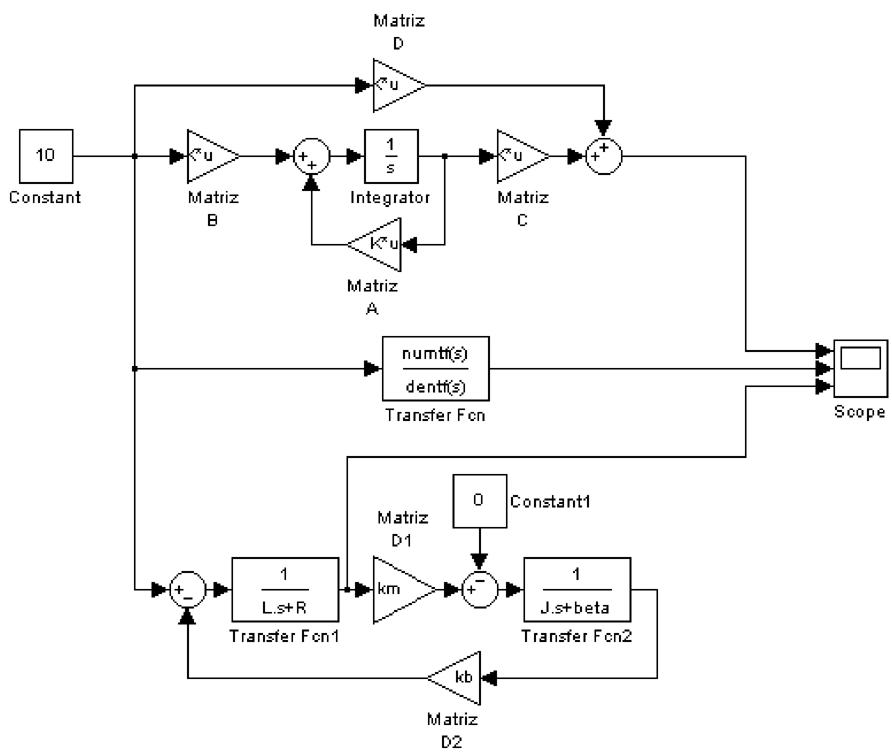

Figura 1. Diferentes modelos del motor de corriente directa

5.4 Diseñe un observador lineal con un tiempo de establecimiento cuatro veces menor que el de la planta y un sobretiro menor al 10%.

Para los valores R= 2 Ω, L= .5 H, k_m= .015; k_b= .015; β=0.477 Nms; J=0.02 kgm^2/s^2 el sistema tiene un tiempo de establecimiento de 0.978 s.

El programa que calcula los valores del vector de ganancias k_e que cumplen con los requerimientos se muestra en el anexo A. Dicho programa utiliza la fórmula de Bass-Gura [1]

$$k_e = (NW)^{-T}(\hat{a} - a)$$

en donde N es la matriz de observabilidad;

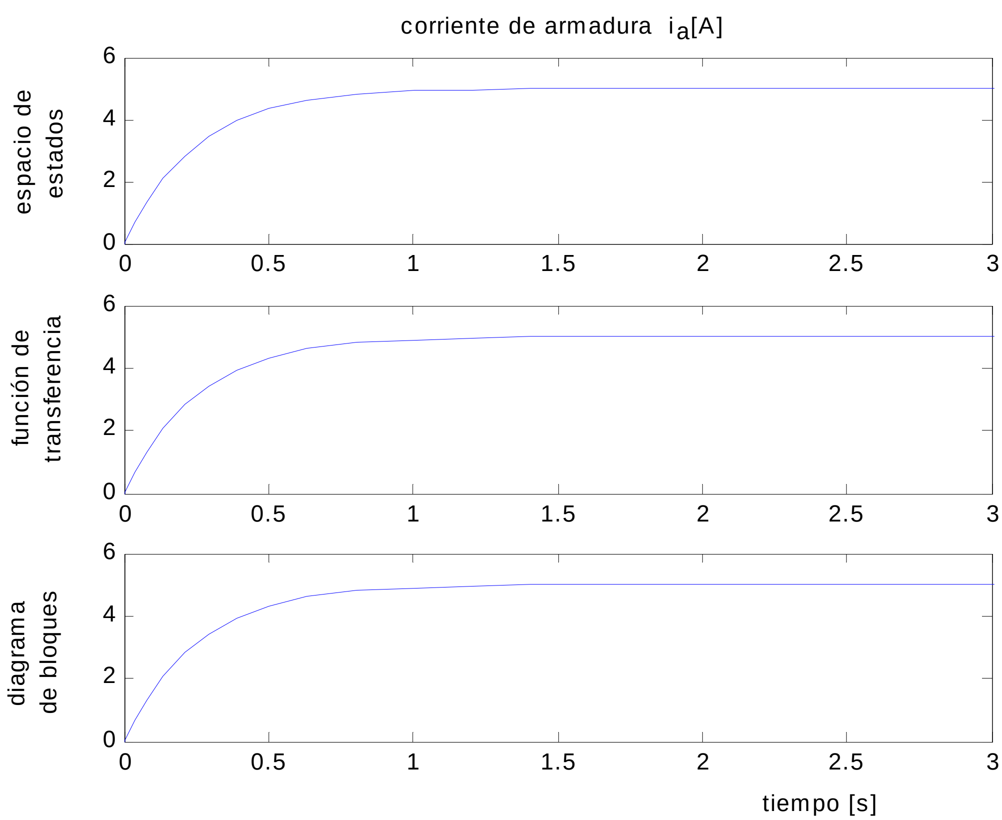

Figura 2. Equivalencia de las diferentes representaciones del motor de corriente directa.

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} \hat{a}_1 \\ \vdots \\ \hat{a}_k \end{bmatrix} \qquad a = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_k \end{bmatrix}$$

en donde $\hat{a}_1,...,\hat{a}_k$ son los coeficientes (en orden de mayor a menor potencia) de la ecuación característica deseada y $a_1,...,a_k$ son los coeficientes de la ecuación característica original, ambas en su forma mónica, y

$$W = \begin{bmatrix} 1 & a_1 & \cdots & a_{k-1} \\ 0 & 1 & \cdots & a_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}.$$

De acuerdo con las especificaciones de diseño, se obtiene $k_e = [18\ -17804]^T$.

5.4 Incluya el observador diseñado en el modelo de Simulink.

El resultado se muestra en la figura 3.

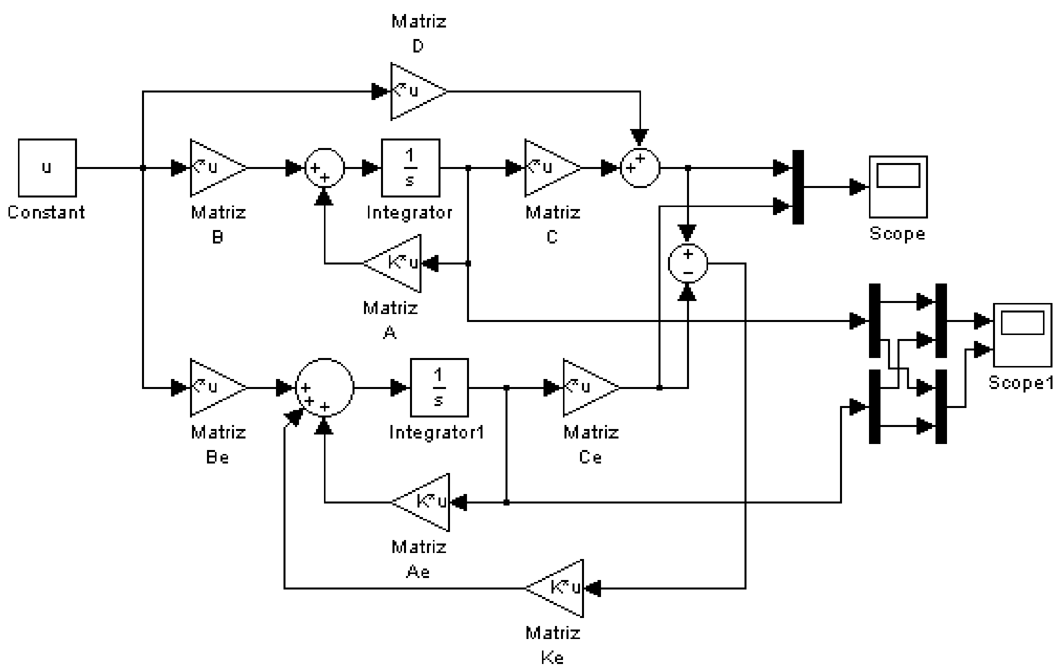

Figura 3. Diagrama de bloques del motor de corriente directa y el observador lineal.

5.5 Compare el estado real y el estado estimado mediante el observador. Comente si es que puede usarse un observador para conocer la velocidad del motor.

La figura 4 muestra una comparación entre el estado medido y el estado obtenido mediante el observador. Puede observarse que la estimación es perfecta.

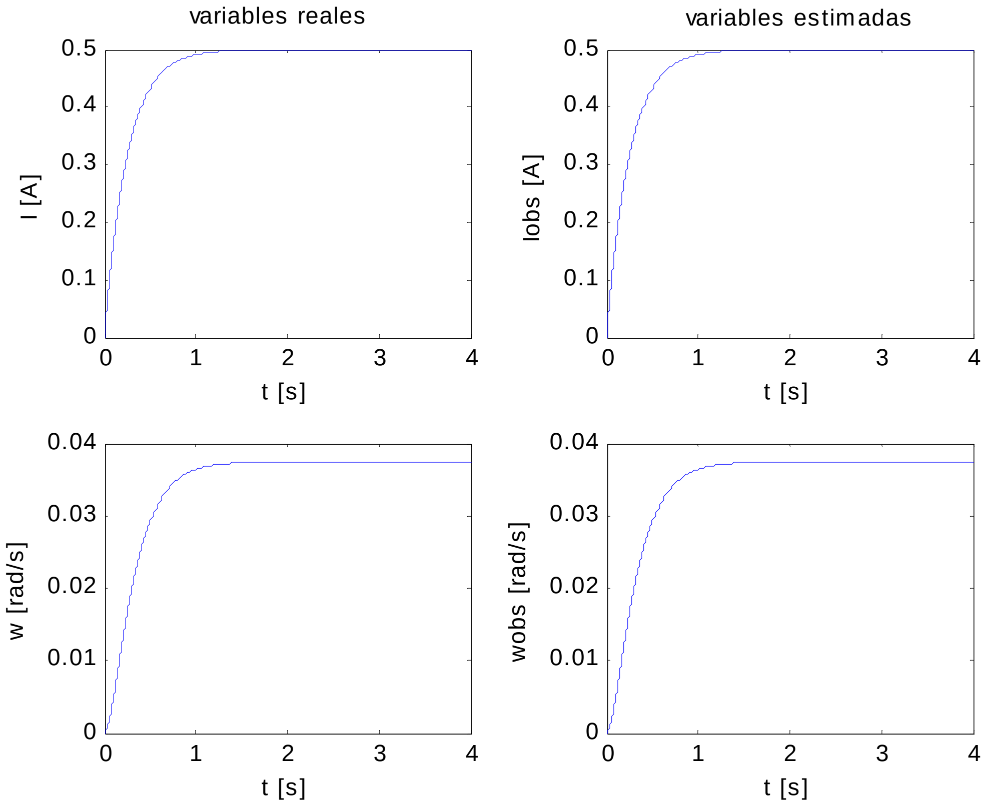

Figura 4. Variables medidas y estimadas

6. Referencias

[1] Friedland, Bernard; *Control System Design: An Introduction to State Space Methods..* Mc Graw Hill, 1985.

Anexo A Programa para calcular la función de transferencia y el vector de ganancias del observador

```
%parametros del motor de induccion
R=2; %ohms
L=0.5; %henries
km=.015;
kb=.015;
%cambiar a diferentes valores de beta (los nominales de la planta y un  15% de variación
%evaluar efecto de un cambio de un parámetro en el observador)
beta=.2;
J=0.02;

%modelo de la planta en variables de estado
a11=-R/L;
a12=-kb/L;
a21=km/J;
a22=-beta/J;
b11=1/L;
b21=0;
c11=1;
c12=0;
A=[a11 a12; a21 a22];
B=[b11; b21];
C=[1 0];
D=0;
sys=SS(A,B,C,D);
ps=pole(sys);
pp1=ps(1);
pp2=ps(2);

%modelo en funcion de transferencia
[numtf, dentf]=ss2tf(A,B,C,D);
systf=tf(numtf,dentf);

%especificaciones de diseño del observador
Ms=.1;
te=.978/4;

%calculo de los polos deseados
csi=(1+(pi/(log(Ms)))^2)^-.5;
wn=-log(0.02)/(csi*te);
po1=-csi*wn+i*wn*(1-csi^2)^.5;
po2=-csi*wn-i*wn*(1-csi^2)^.5;

%vector de coeficientes del polinomio caracteristico del sistema
```

```
apla=[-pp1-pp2; pp1*pp2];

%vector de coeficientes del polinomio caracteristico desado
aest=[-po1-po2; po1*po2];

N=[C' A'*C'];
W=[1 apla(1); 0 1];

K=inv((N*W)')*(aest-apla);
```