MATEMÁTICAS PARA LA COMPUTACIÓN
CAPÍTULO 2. MÉTODOS DE CONTEO

RESPUESTA Y DESARROLLO DE EJERCICIOS

AUTOR: JOSÉ ALFREDO JIMÉNEZ MURILLO

2.1.-

a) $3\times2\times2\times3\times4= 144$
b) $1\times2\times2\times3\times4= 48$
c) $1\times1\times2\times3\times4= 24$

2.3.-

a) Total = $27\times36\times35\times34\times33\times32=1221454080$
b)
Una sola letra= 27
Letra y un solo carácter (ya sea L o D) =27*37=999
Letra y dos caracteres = $27\times37\times37=36963$
Letra y tres caracteres = $27\times37\times37\times37=1367631$
Letra y cuatro caracteres = $27\times37\times37\times37\times37=50602347$
Letra y cinco caracteres = $27\times37\times37\times37\times37\times37=1872286839$
Total= 27 + 999 + 36963 + 1367631+ 50602347 + 1872286839 = 1924294806

2.5.-

a)
Maneras diferentes = $4^9 = 262144$ (Para las 9 preguntas con cuatro opciones)
Maneras diferentes = $2^{11} = 2048$ (Para las 11 preguntas de F y V)
Total = $262144\times2048=536870912$

b)
Maneras diferentes = $3^9 = 19683$ (Para las 9 preguntas)
Maneras diferentes = $1^{11} = 1$ (Para las 11 preguntas de F y V)
Total = $19683 \times 1 = 19683$

c)
Maneras diferentes = $1^9 = 1$ (Para las 9 preguntas)
Maneras diferentes = $1^{11} = 1$ (Para las 11 preguntas de F y V)
Total = $1 \times 1 = 1$

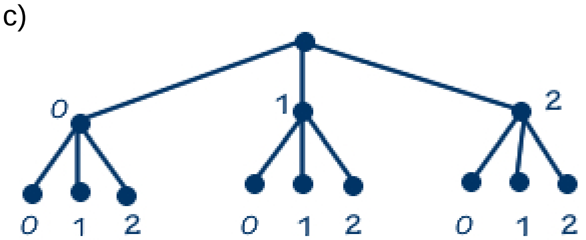
2.7.-

a) Maneras diferentes = $5^{10} = 9765625$
b) Maneras diferentes = $4^{10} =1048576$
c) Maneras diferentes = $1^{10} =1$
d) Maneras diferentes = $4^3 = 64$

2.9.-

a) Cantidades diferentes= 3^4= 81
b) Cantidades diferentes= 3^2= 9

c)



Cantidades distintas

00	10	20
01	11	21
02	12	22

2.11.-

a) $P(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!}=\frac{5!}{(5-5)!}=\frac{5!}{0!}=120$

b) Permutaciones que comienzan con "E" = 1× 4! = 24

c) $P(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!}=\frac{5!}{(5-4)!}=\frac{5!}{1!}=120$

d) $P(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!}=\frac{5!}{(5-3)!}=\frac{5!}{2!}=60$

2.13.-

a) P(n,r)= (n-1)! = (10-1)! = 362880 Maneras diferentes.

b) Considerando como un bloque a las computadoras A,B y C que se desea que siempre estén juntas, por lo tanto ahora se tendrán solamente 8 elementos distintos, 7 computadoras individuales y el pequeño bloque de 3 computadoras. Pero además entre esas 3 computadoras el orden en que pueden estar no siempre es el mismo, ya que pueden colocarse de las siguientes seis maneras (3!): ABC, ACB, BAC, BCA, CAB y CBA. Por lo tanto el número de formas en que se pueden colocar las computadoras con este nuevo diseño es.

P(n,r)= 6 (8-1)!= 30240

2.15.-

a) Formas diferentes = (n-1)!= (10-1)!=9!= 362880
b)
Permutaciones de cedros = 1!= 1
Permutaciones de eucaliptos = 4! = 24
Permutaciones de pinos = 5! = 120

Son 3 grupos de árboles los que se plantarán en círculo = (3-1)!= 2

Total de formas en que se pueden acomodar = 2×6×24×120 = 34560

2.17.-

a) Permutaciones = n! =12! =479001600
b) Permutaciones = 4!×(3!×3!×3!×3!) = 31104
c) Permutaciones = 3! × 4! × 4! × 4! =3! $(4!)^3$ =82944
d) Permutaciones = 4! × 4! × 4! = $(4!)^3$ = 13824
e) Permutaciones = 3!×3!×3!×3! = 1296

2.19.-

a)

n=9 que es el número de letras de la palabra TENDERETE

Tipos de letras	Letra
t_1=2	T
t_2=4	E
t_3=1	N
t_4=1	D
t_5=1	R

$$P(n,k)=\frac{n!}{t_1!t_2!\cdots t_k!}=\frac{9!}{2!\times4!\times1!\times1!\times1!}=\frac{9\times8\times7\times6\times5\times4!}{2!\times4!}=\frac{15120}{2!}=7560$$

b) $$P(n,k)=\frac{n!}{t_1!t_2!\cdots t_k!}=\frac{5!}{1!\times1!\times1!\times1!\times1!}=5!=120$$

2.21.-

a) $$\binom{n}{r}=\frac{n!}{r!(n-r)!}=\binom{28}{4}=\frac{28!}{4!(28-4)!}=20475$$

b)

Formas de seleccionar el Doctor = $\binom{4}{1}=\frac{4!}{1!(4-1)!}=4$

Formas de seleccionar dos maestros en ciencias = $\binom{19}{2}=\frac{19!}{2!(19-2)!}=171$

Formas de seleccionar el licenciado = $\binom{5}{1} = \frac{5!}{1!(5-1)!}$ = 5

Comités que se pueden formar = 4×171×5= 3420

c) $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{23}{4} = \frac{23!}{4!(23-4)!}$ =8855

d)

Formas de seleccionar a los tres elementos restantes= $\binom{27}{3} = \frac{27!}{3!(27-3)!}$ =2925

Total de comités = 1× 2925 = 2925

2.23.-

a) $\binom{12}{9}\binom{46}{31} = \left(\frac{12!}{9!(12-9)!}\right)\left(\frac{46!}{31!(46-31)!}\right)$ = 220×511738760544 =112582527319680

b)

Con por lo menos 6 defectuosos

$$\binom{12}{6}\binom{46}{34}+\binom{12}{7}\binom{46}{33}+\binom{12}{8}\binom{46}{32}+\binom{12}{9}\binom{46}{31}+\binom{12}{10}\binom{46}{30}+\binom{12}{11}\binom{46}{29}+\binom{12}{12}\binom{46}{28}$$

$\binom{12}{6}\binom{46}{34}$ = 924 ×38910617655 = 35953410713220

$\binom{12}{7}\binom{46}{33}$ = 792×101766230790 = 80598854785680

$\binom{12}{8}\binom{46}{32}$ = 495×239877544005 = 118739384282475

$\binom{12}{9}\binom{46}{31}$ = 220×511738760544 = 112582527319680

$\binom{12}{10}\binom{46}{30}$ = 66×991493848554 = 65438594004564

$\binom{12}{11}\binom{46}{29}$ = 12×1749695026860 = 20996340322320

$\binom{12}{12}\binom{46}{28}$ = 1×2818953098830 = 2818953098830

Total de maneras = 483430520290201

2.25.-

$\binom{40}{8} = \frac{40!}{8!(40-8)!} = 76904685$ Los primeros 8 de 40

$\binom{32}{8} = \frac{32!}{8!(32-8)!} = 10518300$ El segundo grupo de 8 de 32 que quedan

$\binom{24}{8} = \frac{24!}{8!(24-8)!} = 735471$ El tercer grupo de 8.

$\binom{16}{8} = \frac{16!}{8!(16-8)!} = 12870$ El cuarto grupo de 8.

$\binom{8}{8} = \frac{8!}{8!(8-8)!} = 1$ El quinto grupo de 8.

Por lo tanto el número de formas en que se pueden distribuir 40 alumnos en cinco talleres diferentes de 8 alumnos cada uno de ellos es:

$$\binom{40}{8}\binom{32}{8}\binom{24}{8}\binom{16}{8}\binom{8}{8} = 76904685 \times 10518300 \times 735471 \times 12870 \times 1 = 7.6567144531532 \times 10^{24}$$

2.27.-

a)

$$(2x^2 - y)^5 = \binom{n}{n}x^n y^0 + \binom{n}{n-1}x^{n-1}y^1 + \binom{n}{n-2}x^{n-2}y^2 + \binom{n}{n-3}x^{n-3}y^3 + \binom{n}{n-4}x^{n-4}y^4 + \binom{n}{n-5}x^{n-5}y^5$$

$$= \binom{5}{5}x^5y^0 + \binom{5}{4}x^4y^1 + \binom{5}{3}x^3y^2 + \binom{5}{2}x^2y^3 + \binom{5}{1}x^1y^4 + \binom{5}{0}x^0y^5$$

$$= (1)\,(2x^2)^5(1) + (5)\,(2x^2)^4(-y)^1 + (10)\,(2x^2)^3(-y)^2 + (10)\,(2x^2)^2(-y)^3 + (5)\,(2x^2)^1(-y)^4 + (1)\,(1)^0(-y)^5$$

$$= 32x^{10} - 80x^8y + 80x^6y^2 - 40x^4y^3 + 10x^2y^4 - y^5$$

b)

$$\left(\frac{1}{2}a+\frac{3}{4}b\right)^3 = \binom{n}{n}x^n y^0 + \binom{n}{n-1}x^{n-1}y^1 + \binom{n}{n-2}x^{n-2}y^2 + \binom{n}{n-3}x^{n-3}y^3$$

$$= \binom{3}{3}\left(\frac{1}{2}a\right)^3\left(\frac{3}{4}b\right)^0 + \binom{3}{2}\left(\frac{1}{2}a\right)^2\left(\frac{3}{4}b\right)^1 + \binom{3}{1}\left(\frac{1}{2}a\right)^1\left(\frac{3}{4}b\right)^2 + \binom{3}{0}\left(\frac{1}{2}a\right)^0\left(\frac{3}{4}b\right)^3$$

$$= \frac{a^3}{8} + \frac{9a^2b}{16} + \frac{27ab^2}{32} + \frac{27b^3}{64}$$

2.29.-

a) La instrucción **x=3*x-y** se ejecuta.
Primer ciclo
Desde a=2 hasta a>5 con incrementos de 3 = 2 veces

Segundo ciclo
Desde b=13 hasta b<4 con decrementos de 2 = 5 veces

Total = 2×5 = 10 veces

b) 6, 3, 233756, -18