MATEMÁTICAS PARA LA COMPUTACIÓN
CAPÍTULO 3. CONJUNTOS

RESPUESTA Y DESARROLLO DE EJERCICIOS

AUTOR: JOSÉ ALFREDO JIMÉNEZ MURILLO

3.1.-

a) A={h,o,l,a}
b) B= {1,0,3,8,6} = {0,1,3,6,8}
c) C={1,2,3,4,5,6,7}, ya que para estos enteros positivos se cumple que (x-4)≤3.
d) D={0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F}.
e) E={-3,3,6,9,12,15}

3.3.-

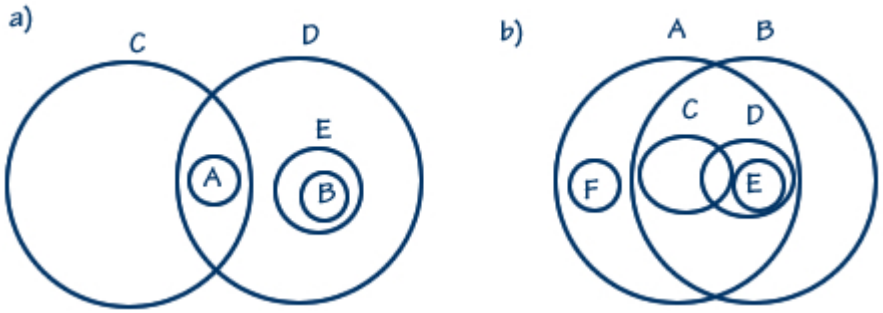
a) A={x /x es el nombre de una operación aritmética básica}
b) B={x /x$\in Z^+$; x es divisible entre 3; 3≤x≤18}
c) C={ x /x$\in Z^+$; x es primo; x<18}
d) D= {x /x es nombre de un continente}
e) E={ x=2^n /x$\in Z^+$; n$\in Z^+$; 0≤n<7}

3.5.-

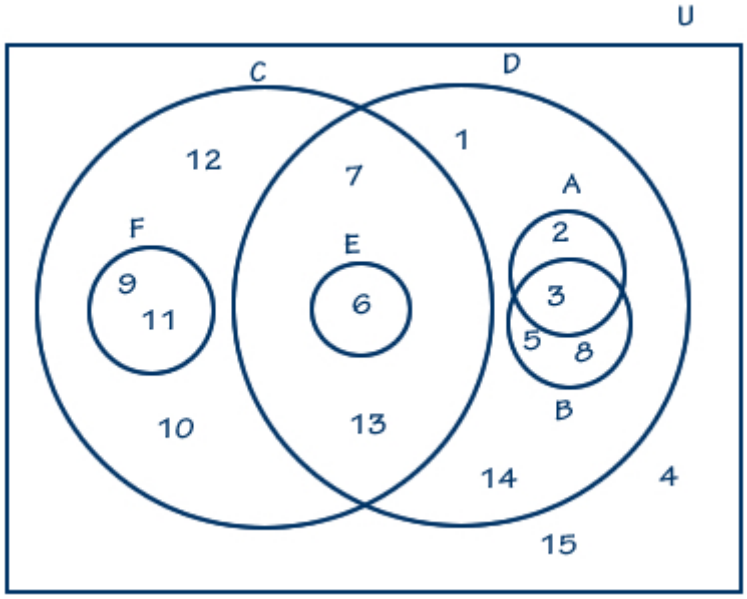
$|P(A)|=2^4 = 16$

P(A)={∅, {manzana}, {pera}, {fresa}, {sandía}, {manzana,pera}, {manzana,fresa}, {manzana,sandía}, {pera,fresa}, {pera,sandía}, {fresa,sandía}, {manzana,pera,fresa}, {manzana,pera,sandía}, {manzana,fresa,sandía} {pera,fresa,sandía}, {manzana,pera,fresa,sandía}}

3.7.-



3.9.-



a) $F \subseteq (C-D)$ (V)
b) $E \subseteq D$ (V)
c) $E \subseteq (C \cap D)$ (V)
d) $(A \cap B) = \varnothing$ (F)
e) $(D-C) \subseteq (B-A)$ (F)
f) $(C \cap D) \subseteq U$ (V)
g) $D=\{1,2,3,5,6,7,8,13,14\}$ (V)
h) $B \subseteq A$ (F)
i) $U-(C \cap D)=\{4,15,16\}$ (F)
j) $E-(C \cap D)=\{6\}$ (F)
k) $(C \oplus D)=\{1,2,3,5,9,10,11,12,14\}$ (F)
l) $D-U=\varnothing$ (V)
m) $(B-A)=\{5,8\}$ (V)
n) $3 \in (A \cup B)$ (V)
ñ) $11 \notin (C-D)$ (F)
o) $(F \cup E) \subseteq C$ (V)
p) $(C \cup D)'=\{4,15,16\}$ (V)
q) $(C \cap E) = \varnothing$ (F)
r) $(E-F) \subseteq D$ (V)
s) $(B-E) \not\subset (D-C)$ (F)

3.11.-

I.-

a) $(A \cup B)=\{a,c,d,f,g,h,i,j\}$
$(C \cup D)=\{a,b,c,d,e,f,g,h\}$
$(A \cup B) \cap (C \cup D)=\{a,c,d,f,g,h\}$

b) $(A \cap D)= \varnothing$
$((A \cap D) \cup B)=\{a,c,d,f,h,i\}$
$((A \cap D) \cup B) - C=\{a,i\}$

c) $(A \cap C \cap D)= \varnothing$
$(A \cap C \cap D)'=U$
$(A \cap C \cap D)' \cup B=U$

d) $(D \oplus B)=\{b,d,f,h,i\}$
$A'=\{a,b,c,d,e,h\}$
$(D \oplus B) \cap A'=\{b,d,h\}$

e) $(A-B)=\{g,j\}$
$(D \oplus B)=\{b,d,f,h,i\}$
$(A-B) \cap (D \oplus B)= \varnothing$
$D'=\{d,e,f,g,h,i,j\}$
$(C \oplus D')=\{c,i,j\}$
$((A-B) \cap (D \oplus B))- (C \oplus D')= \varnothing$

II.-

a) $(A \cup B)=\{-1,1,2,4\}$
$(A \cup B)'=\{x / x \in \mathbf{R};\ x \notin \{-1,1,2,4\}\}$

b) $(A \cap B)=\{-1\}$
$(A \cap B)'=\{x / x \in \mathbf{R};\ x \neq -1\}$

c) $A'=\{x / x \in \mathbf{R};\ x \notin \{-1,1\}\}$
$(B-A')=\{-1\}$

d) $(A-B)=\{1\}$
$B'=\{x / x \in \mathbf{R};\ x \notin \{-1,2,4\}\}$
$(A-B) \oplus B'=\{x / x \in \mathbf{R};\ x \notin \{-1,1,2,4\}\}$

e) $(B-A)=\{2,4\}$
$(B-A)'=\{x / x \in \mathbf{R};\ x \notin \{2,4\}\}$
$(B \oplus (B-A)')=\{x / x \in \mathbf{R};\ x \neq -1\}$
$(B \oplus (B-A)') \cap A = \{1\}$

3.13.-

a) $C'=\{x / x \in \mathbf{Z};\ x \notin \{6,7,8,9,15,17,20,21,22,23,25\}\}$
$(C' \cap A)=\{11,13,19,29\}$
$B \oplus (C' \cap A)=\{9,12,15,16,17,19,21,23,29\}$
$D'=\{ x / x \in \mathbf{Z};\ x \notin \{11,13,15,17,19\}\}$
$B \oplus (C' \cap A))-D'=\{15,17,19\}$

b) $(B-C)=\{9,11,12,13,16\}$
$D'=\{ x / x \in \mathbf{Z};\ x \notin \{11, 13,15,17,19\}\}$
$((B-C)-D')= \{11,13\}$
$B'=\{x / x \in \mathbf{Z};\ x \notin \{9,11,12,13,15,16,17,21,23\}\}$

$(A \oplus B')=\{x \ /x \in \mathbf{Z};\ x \notin \{7,9,12,15,16,19,21,29\}\}$
$((B-C)-D') \cup (A \oplus B')=\{ x \ /x \in \mathbf{Z};\ x \notin \{7,9,12,15,16,19,21,29\}\}$

c) $C'=\{x \ /x \in \mathbf{Z};\ x \notin \{6,7,8,9,15,17,20,21,22,23,25\}\}$
$(C' \cup B)=\{x \ /x \in \mathbf{Z};\ x \notin \{6,7,8,20,22,25\}\}$
$((C' \cup B) \oplus D)=\{x \ /x \in \mathbf{Z};\ x \notin \{6,7,8,11,13,15,17,19,20,22,25\}\}$
$A'= \{x \ /x \in \mathbf{Z};\ x \notin \{7,11,13,17,19,23,29\}\}$
$((C' \cup B) \oplus D)-A'=\{23,29\}$

d) $A'= \{x \ /x \in \mathbf{Z};\ x \notin \{7,11,13,17,19,23,29\}\}$
$C'=\{x \ /x \in \mathbf{Z};\ x \notin \{6,7,8,9,15,17,20,21,22,23,25\}\}$
$(A' \cap C')= \{x \ /x \in \mathbf{Z};\ x \notin \{6,7,8,9,11,13,15,17,19,20,21,22,23,25,29\}\}$
$B'=\{x \ /x \in \mathbf{Z};\ x \notin \{9,11,12,13,15,16,17,21,23\}\}$
$(B' \oplus (A' \cap C'))=\{6,7,8,12,16,19,20,22,25,29\}$
$(B' \oplus (A' \cap C')) -D=\{6,7,8,12,16,20,22,25,29\}$

e) $D'=\{ x /x \in \mathbf{Z};\ x \notin \{11, 13,15,17,19\}\}$
$(A \cap D')=\{7,23,29\}$
$C'=\{x \ /x \in \mathbf{Z};\ x \notin \{6,7,8,9,15,17,20,21,22,23,25\}\}$
$A'= \{x \ /x \in \mathbf{Z};\ x \notin \{7,11,13,17,19,23,29\}\}$
$(C' \oplus A')=\{6,8,9,11,13,15,19,20,21,22,25,29\}$
$((A \cap D')-(C' \oplus A'))=\{7,23\}$
$((A \cap D')-(C' \oplus A'))-B=\{7\}$

3.15.-

a)

$A' \cap \mathbf{B'} \cap \mathbf{C'} \cup A \cap \mathbf{B'} \cap \mathbf{C'} \cup \mathbf{A'} \cap \mathbf{B} \cap C \cup \mathbf{A'} \cap \mathbf{B} \cap C' \cup \mathbf{A} \cap \mathbf{B} \cap C \cup \mathbf{A} \cap \mathbf{B} \cap C' = B \cup C'$	
$B' \cap C' \cap (A' \cup A) \cup A' \cap B \cap (C \cup C') \cup A \cap B \cap (C \cup C') = B \cup C'$	Ley distributiva 4a
$B' \cap C' \cap \mathbf{U} \cup A' \cap B \cap \mathbf{U} \cup A \cap B \cap \mathbf{U} = B \cup C'$	Propiedades del complemento 9a
$B' \cap C' \cup A' \cap \mathbf{B} \cup A \cap \mathbf{B} = B \cup C'$	Ley de identidad 10b
$B' \cap C' \cup B \cap (A' \cup A) = B \cup C'$	Ley distributiva 4a
$B' \cap C' \cup B \cap U = B \cup C'$	Propiedades del complemento 9a
$B' \cap C' \cup B = B \cup C'$	Ley de identidad 10b
$B \cup B' \cap C' = B \cup C'$	Ley conmutativa 2a
$B \cup C' = B \cup C'$	Equivalencia 7a

b)

$A' \cap B' \cap C \cup \mathbf{A} \cap \mathbf{B'} \cap C' \cup \mathbf{A} \cap \mathbf{B'} \cap C \cup \mathbf{A} \cap \mathbf{B} \cap C \cup \mathbf{A} \cap \mathbf{B} \cap C' = A \cup B' \cap C$	
$A' \cap B' \cap C \cup A \cap B' \cap (C' \cup C) \cup A \cap B \cap (C \cup C') = A \cup B' \cap C$	Ley distributiva 4a
$A' \cap B' \cap C \cup A \cap B' \cap U \cup A \cap B \cap U = A \cup B' \cap C$	Propiedades del complemento 9a
$A' \cap B' \cap C \cup A \cap B' \cup A \cap B = A \cup B' \cap C$	Ley de identidad 10b
$\mathbf{A} \cap B' \cup \mathbf{A} \cap B \cup A' \cap B' \cap C = A \cup B' \cap C$	Ley conmutativa 2a
$A \cap (B' \cup B) \cup A' \cap B' \cap C = A \cup B' \cap C$	Ley distributiva 4a
$A \cap U \cup A' \cap B' \cap C = A \cup B' \cap C$	Propiedades del complemento 9a

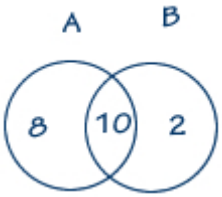
$A \cup \mathbf{A'} \cap B' \cap C = A \cup B' \cap C$	Ley de identidad 10b
$A \cup B' \cap C = A \cup B' \cap C$	Equivalencia 7a

c)

$((\mathbf{(A \cup B')'} \cup C)' \cap \mathbf{(C \cup B)'})' = B \cup C$	
$((A' \cap B \cup C)' \cap (C' \cap B'))' = B \cup C$	Ley de Morgan 6a
$(A' \cap B \cup C) \cup (C' \cap B')' = B \cup C$	Ley de Morgan 6b
$A' \cap B \cup \mathbf{C} \cup \mathbf{C} \cup B = B \cup C$	Ley de Morgan 6b
$A' \cap B \cup C \cup \mathbf{B} = B \cup C$	Ley de idempotencia 5a
$B \cup A' \cap B \cup C = B \cup C$	Ley conmutativa 2a
$B \cup \mathbf{B} \cap A' \cup C = B \cup C$	Ley conmutativa 2b
$B \cup C = B \cup C$	Ley de identidad 10e

3.17.-

a)

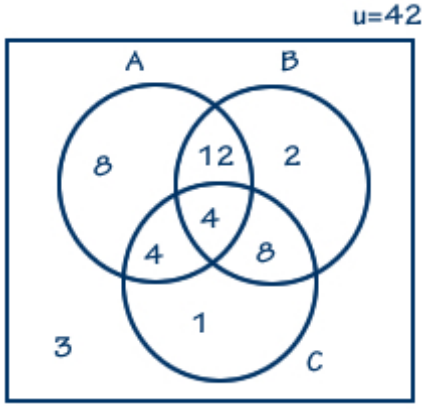


Considerar que:
A=Personas que programan em Acces
B=Personas que programan em Java.

$|A| = 18$ $\quad |A \cap B| = 10$
$|B| = 12$

La compañía Desarrollo de sistemas S.A." deberá contratar el resultado de sumar las áreas del diagrama de Venn= 8+10+2=20, o bien $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 18+12-10 = 20$

b)



Considerar que:
A = Matemáticas para computación.
B = Fundamentos de programación.
C = Administración.

Por lo tanto:

$\|A\| = 28$	$\|A \cap B\| = 16$
$\|B\| = 26$	$\|A \cap C\| = 8$
$\|C\| = 17$	$\|B \cap C\| = 12$
$\|A \cap B \cap C\| = 4$	

a) 3 estudiantes no reprobaron ninguna materia.
b) 2 estudiantes reprobaron solamente fundamentos de programación.
c) 11 estudiantes reprobaron solamente de las tres materias una materia.
d) 12 de ellos reprobaron matemáticas para computación y fundamentos para programación, pero no administración

3.19.-

a) Elementos que se suman o se restan si intervienen 5 conjuntos (A, B, C, D y E):

$$2^n-1 = 2^5-1 = 31$$

b) Fórmula para cinco conjuntos.

$$\begin{aligned}|A\cup B\cup C\cup D\cup E| = {} & |A| + |B| + |C| + |D|+|E| - |A\cap B| - |A\cap C|- |A\cap D|- |A\cap E|-|B\cap C| - |B\cap D|- \\ & |B\cap E|- |C\cap D|- |C\cap E|- |D\cap E|+ |A\cap B\cap C|+ |A\cap B\cap D|+ |A\cap B\cap E|+ \\ & |A\cap C\cap D|+ |A\cap C\cap E|+ |A\cap D\cap E|+|B\cap C\cap D|+ |B\cap C\cap E|+ \\ & |B\cap D\cap E|+ |C\cap D\cap E|- |A\cap B\cap C\cap D|-|A\cap B\cap C\cap E|-|A\cap B\cap D\cap E|- \\ & |A\cap C\cap D\cap E|-|B\cap C\cap D\cap E|.\end{aligned}$$