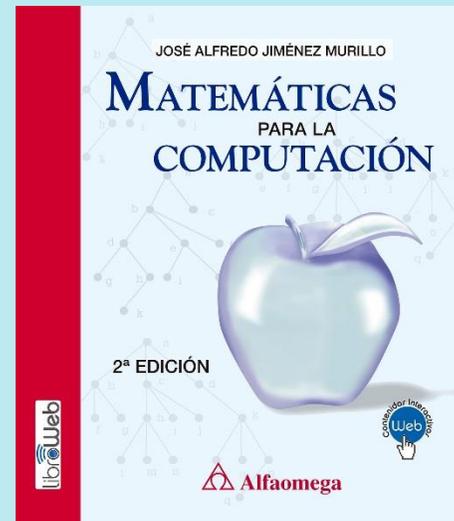


Matemáticas para la Computación

José Alfredo Jiménez Murillo
2da Edición



Inicio

Índice

- Capítulo 1. Sistemas numéricos.
- Capítulo 2. Métodos de conteo.
- Capítulo 3. Conjuntos.
- Capítulo 4. Lógica Matemática.
- Capítulo 5. Álgebra booleana.
- Capítulo 6. Relaciones.
- Capítulo 7. Grafos
- Capítulo 8. Árboles
- Capítulo 9. Introducción a los lenguajes formales

Continuar

Capítulo 1.

Sistemas numéricos

Continuar

Introducción

De acuerdo con la historia, se cree que los primeros pobladores utilizaban rayas, círculos, figuras de animales u objetos para representar cantidades. Para representar una manada de 7 animales podría dibujarse siete rayas o figuras de ese animal, pero para representar cantidades cada vez mayores se usó la agrupación de varios símbolos en uno solo, con la finalidad de compactar la información.



Sistemas Aditivos

Un sistema utilizado se le conoce como el *sistema aditivo*, en él se suman los valores de todos los símbolos para obtener una cantidad total. Otro sistema aditivo es el sistema de numeración romano en el cual los diferentes símbolos utilizados en ese sistema representan cantidades, una línea sobre el símbolo implica una multiplicación del número por mil. Otro sistema es el sistema numérico maya, en el que se estableció un símbolo para representar el cero, este sistema tiene una base de 20, y los 20 símbolos distintos correspondientes se obtienen a partir de la combinación de los tres símbolos básicos.

	1	Barra	
∩	10	Cesto?	
⊙	100	Cuerda	1.325.103
⊙	1000	Loto	
∩	10000	Dedo hacia las estrellas	
∩	100000	Renacuajo	
	1000000	Dios Itz	

I II III IV V
VI VII VIII
IX X L CM

0	1	2	3	4
	•	••	•••	••••
5	•	••	•••	••••
10	•	••	•••	••••
15	•	••	•••	••••
20	•	••	•••	••••
25	•	••	•••	••••
30	•	••	•••	••••
35	•	••	•••	••••
40	•	••	•••	••••
45	•	••	•••	••••
50	•	••	•••	••••
55	•	••	•••	••••
60	•	••	•••	••••
65	•	••	•••	••••
70	•	••	•••	••••
75	•	••	•••	••••
80	•	••	•••	••••
85	•	••	•••	••••
90	•	••	•••	••••
95	•	••	•••	••••

Sistema Decimal

El sistema decimal se usa en forma rutinaria para la representación de cantidades mediante los caracteres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Con estas cifras se pueden expresar cantidades hasta el 9, para expresar cantidades más allá de este número es necesario introducir la representación posicional, es decir, a cada cifra se le asigna un valor posicional determinado de acuerdo con el lugar que ocupa dentro del número.

1	=	10^0	→	<i>uno</i>
10	=	10^1	→	<i>diez</i>
100	=	10^2	→	<i>cien</i>
1 000	=	10^3	→	<i>mil</i>
10 000	=	10^4	→	<i>diez mil</i>
100 000	=	10^5	→	<i>cien mil</i>
1 000 000	=	10^6	→	<i>un millón</i>

Sistema Binario

En el sistema binario sólo hay dos cifras: 0 y 1 . Como sucede en el sistema decimal, en el sistema binario también se utilizan exponentes para expresar cantidades mayores. Mientras que en el sistema decimal la base es 10, en el sistema binario la base es 2.

<i>a</i>	0	1	0	0	1	1	0	1
<i>b</i>	0	0	1	0	1	0	1	1
<i>c</i>	0	0	0	1	0	1	1	1
<i>s</i>	0	1	1	1	0	0	0	1
<i>t</i>	0	0	0	0	1	1	1	1

Sistema Octal

El sistema de numeración octal usa 8 dígitos que tienen el mismo valor que en el sistema de numeración decimal. Este sistema es muy usado en la computación por tener una base que es potencia exacta de 2, además de que esta característica hace que la conversión a binario o viceversa sea bastante simple.

x	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7
2	2	4	6	10	12	14	16
3	3	6	11	14	17	22	25
4	4	10	14	20	24	30	34
5	5	12	17	24	31	36	43
6	6	14	22	30	36	44	52
7	7	16	25	34	43	52	61

Sistema Hexadecimal

La base numérica del sistema hexadecimal es 16 y para representar cantidades en el se utilizan los diez dígitos del sistema decimal, así como las seis primeras letras del alfabeto. Con esto pueden formarse números según el principio de valor posicional como en los demás sistemas aritméticos.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

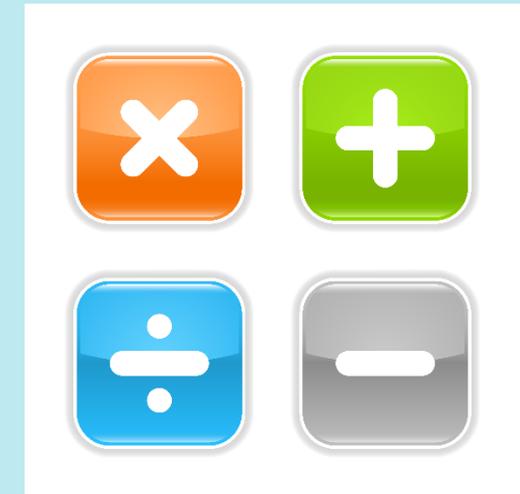
Generalización de las conversiones

De la misma manera en que fueron creados los sistemas posicionales decimal, binario, octal y hexadecimal, es posible crear nuestro propio sistema usando los dígitos necesarios del 0 al 9, y también en el caso de que se requieran las letras del alfabeto.

<i>Binario</i>	0 1
<i>Octal</i>	0 1 2 3 4 5 6 7
<i>Decimal</i>	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
<i>Hexadecimal</i>	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

Operaciones Básicas

Las operaciones básicas de suma, resta, multiplicación y división que se realizan en el sistema decimal también se pueden llevar a cabo en cualquier sistema numérico aplicando las mismas reglas y teniendo en cuenta la base en que se encuentran los números con que se efectúa la operación.



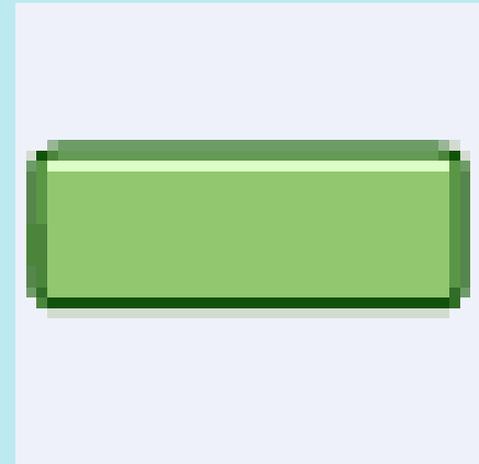
Suma

El procedimiento para llevar a cabo la suma en los diferentes sistemas numéricos no cambia, sino que sólo hay que tener en cuenta la base en que se realiza la operación. Por tanto, en general se puede establecer, que si al sumar 2 dígitos, el resultado de la suma sobrepasa al dígito mayor de un sistema numérico determinado, entonces el resultado se debe dividir entre la base del sistema y el residuo de esa división se pone debajo de la línea y el cociente se suma a la columna siguiente izquierda.



Resta

Al efectuar la resta es necesario revisar si el sustraendo es mayor que el minuendo, ya que en caso afirmativo se debe sumar la base al minuendo antes de llevar a cabo la resta de dos dígitos de una columna cualquiera. Una vez comenzada la operación de resta cuando al minuendo se le suma la base, entonces el sustraendo de la columna izquierda próxima se le deberá sumar 1 antes de hacer la comparación entre el minuendo y sustraendo.



Multiplicación

La forma en que se multiplica en decimal es la misma en que se llevan a cabo las multiplicaciones en otros sistemas numéricos, la única diferencia es la base. En cualquier sistema, al multiplicar una cantidad por 1 se obtiene la misma cantidad, por esa razón en el sistema binario al multiplicar 1 por el multiplicando resulta el mismo multiplicando y al multiplicar 0 por el multiplicando resulta una fila de ceros.



División

Se sabe que la división involucra operaciones de resta y multiplicación, por lo que es más complicada que las tres operaciones aritméticas anteriores. En este caso lo que se recomienda es usar lo que se conoce como división desarrollada, la cual permite realizar primero la multiplicación y después la resta, ya que de otra forma el tratar de llevar a cabo tanto la multiplicación como la resta en un sistema numérico con el que no se está familiarizando podría ser muy complicado.



Suma de dos cantidades en complemento a 2

Las operaciones que la computadora realiza internamente se llevan a cabo en una forma muy particular. En principio el sistema numérico es el binario y la operación básica es la suma. En computación las cantidades se representan por un conjunto de bits, usando un bit exclusivo para distinguir las cantidades negativas de las positivas, el cual recibe el nombre de bit de signo. Existen tres formas de representar cantidades: magnitud verdadera, complemento a 1 y complemento a 2. El complemento a 2 se obtiene sumando 1 al bit menos significativo del complemento a 1.



Multiplicación de dos cantidades usando el algoritmo de Booth

El algoritmo de Booth fue desarrollado por Andrew Donald Booth con la finalidad de aumentar la velocidad al llevar a cabo la multiplicación de dos cantidades usando el concepto de complemento a dos. El número de pasos requeridos para llevar a cabo la multiplicación depende del número de bits que se utilicen en dicha operación, y el número de bits usados está directamente relacionado con los bits que requiere la mayor de las dos cantidades que se está multiplicando.

0000	0000	0000	001	[0 0]	->
0000	0000	0000	000	[1 0]	P=P+S
1111	1010	0000	000	[1 0]	->
1111	1101	0000	000	[0 1]	P=P+A
0000	0011	0000	000	[0 1]	->
0000	0001	1000	000	[0 0]	->
0000	0000	1100	000	[0 0]	->
0000	0000	0110	000	[0 0]	->
0000	0000	0011	000	[0 0]	->
0000	0000	0001	100	[0 0]	->
0000	0000	0000	1100	[0]	(12)