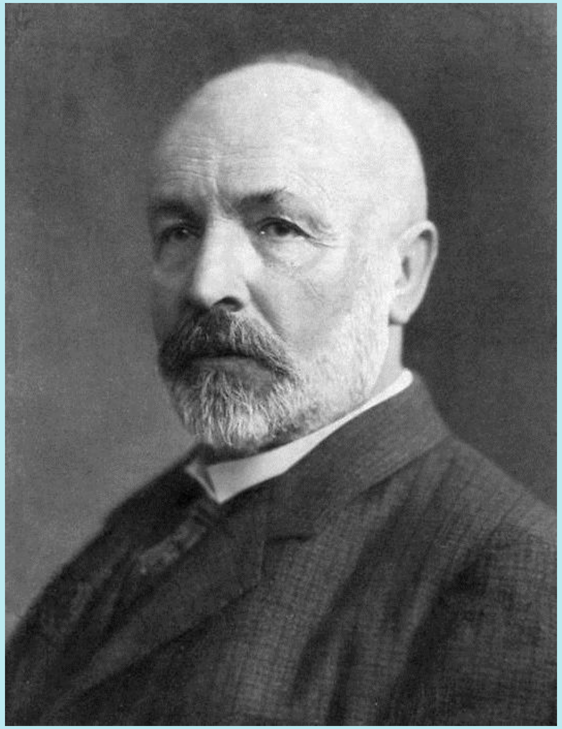
Capítulo 3.
Conjuntos

Continuar

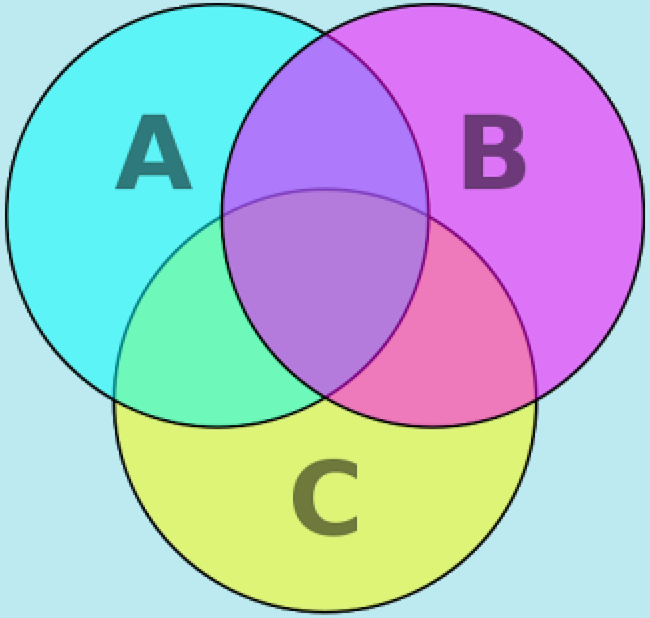
Introducción

Georg Cantor definió el concepto de conjunto como una colección de objetos reales o abstractos e introdujo el conjunto potencia y las operaciones entre conjuntos. En 1872 trató de publicar sus resultados en los que afirmaba que así como cambia la cardinalidad de los conjuntos finitos, ya sea porque disminuye o incrementa el número de elementos de dichos conjuntos, de la misma forma también cambia la cardinalidad de los conjuntos infinitos, de manera que para cada conjunto infinito conocido existe otro también infinito con una cardinalidad mayor.



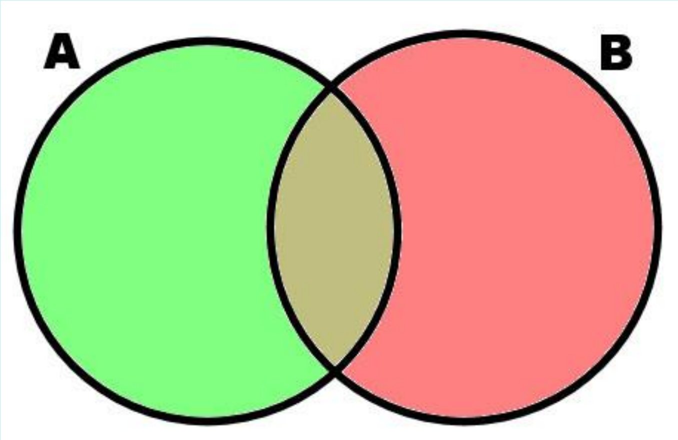
Concepto de conjunto

Un conjunto es una colección bien definida de objetos llamados elementos o miembros del conjunto. En esta definición la frase bien definida es esencial para determinar si un grupo de personas o una colección de objetos es o no un conjunto, ya que para que una colección de objetos se considere como un conjunto no debe haber ambigüedad ni subjetividad.



Diagramas de Venn

Los diagramas de Venn son representaciones gráficas para mostrar la relación entre los elementos de los conjuntos. Por lo general cada conjunto se representa por medio de un círculo, óvalo o rectángulo, y la forma en que se entrelazan las figuras que representan a los conjuntos muestra la relación que existe entre los elementos de los respectivos conjuntos.



Operaciones y leyes de conjuntos

Así como es posible llevar a cabo operaciones entre números, también se pueden realizar operaciones con conjuntos y éstas se aplican en prácticamente todos los temas de las ciencias de la computación.

Leyes conmutativas:
1a) $x \cdot y = y \cdot x$ 1b) $x + y = y + x$

Leyes asociativas:
2a) $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$ 2b) $x + (y + z) = (x + y) + z$

Leyes distributivas:
3a) $x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$ 3b) $x + y \cdot z = (x + y) \cdot (x + z)$

Leyes de la tautología:
4a) $x \cdot x = x$ 4b) $x + x = x$

Leyes de la absorción:
5a) $x \cdot (x + y) = x$ 5b) $x + x \cdot y = x$

Leyes de la complementación:
6a) $x \cdot x' = 0$ 6b) $x + x' = 1$

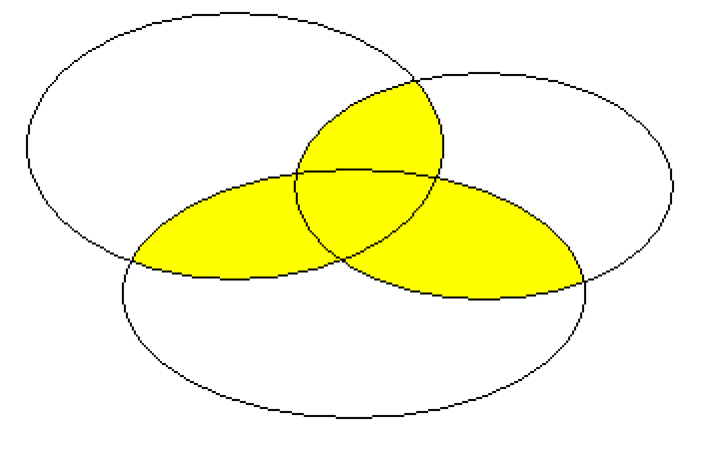
Ley de la complementación doble:
7) $(x')' = x$

Leyes de Morgan:
8a) $(x \cdot y)' = x' + y'$ 8b) $(x + y)' = x' \cdot y'$

Operaciones con 0 y 1:
9a) $0 \cdot x = 0$ 9b) $1 + x = 1$
10a) $1 \cdot x = x$ 10b) $0 + x = x$
11a) $0' = 1$ 11b) $1' = 0$

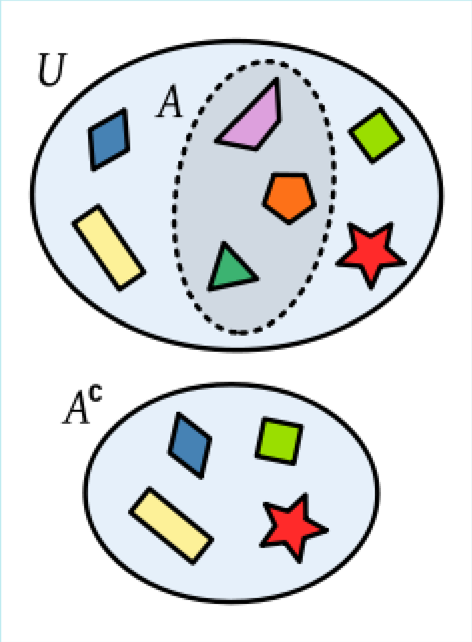
Ley distributiva

Dados tres conjuntos arbitrarios A, B y C, se puede ver que se cumple la siguiente ley distributiva en la que intervienen la unión y la intersección de conjuntos.



Complemento (A’)

El complemento de un conjunto A, que se denota como A’, es el conjunto que contiene a todos los elementos del conjunto universo que no pertenecen al conjunto A.

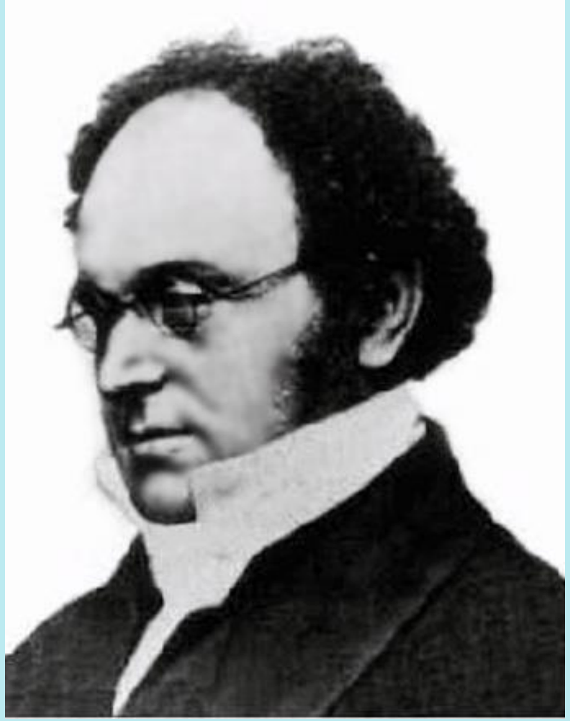


Ley de Morgan

El matemático inglés Augustus de Morgan demostró que:

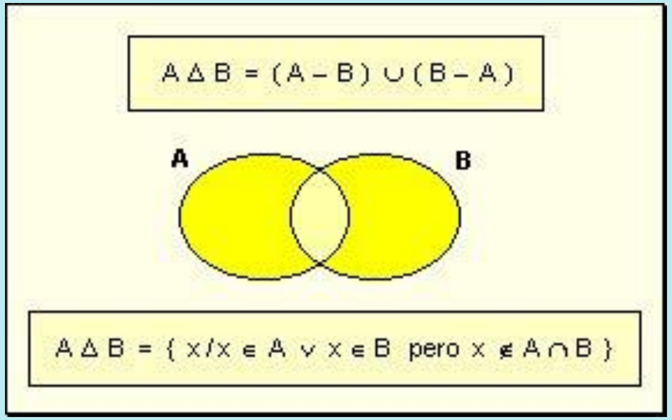
a) La negación de la intersección de dos o más conjuntos es equivalente a la unión de los conjuntos negados separadamente.

b) La negación de la unión de dos o más conjuntos es igual a la intersección de los conjuntos negados por separado.



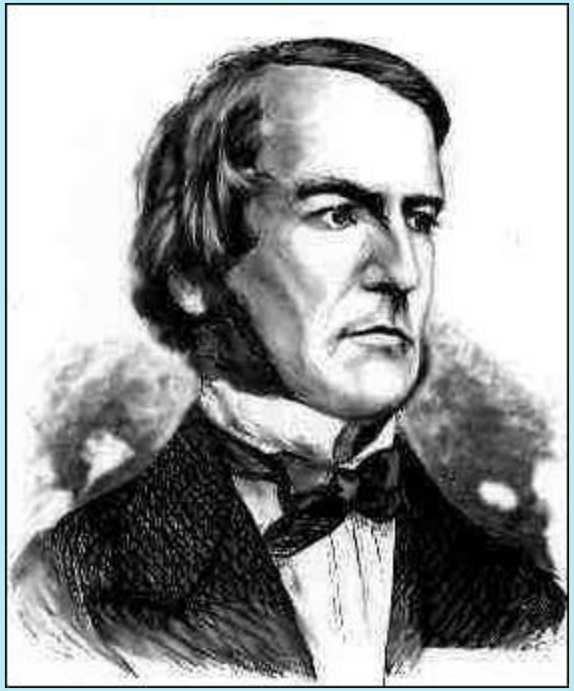
Diferencia simétrica

La diferencia simétrica entre los conjuntos A y B, que se denota como (A + B), es el conjunto que contiene a todos los elemento que se encuentran en el conjunto A pero no están en el conjunto B y también a los elementos del conjunto B que no están en A.



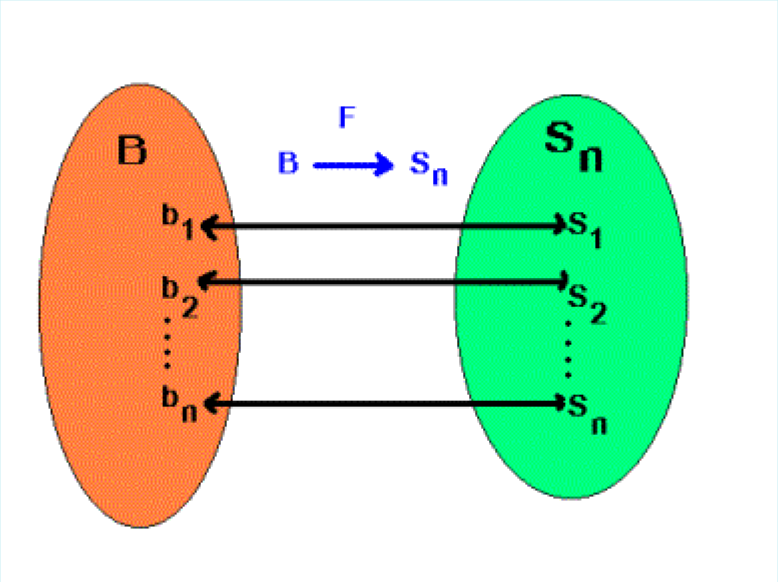
Relación entre teoría de conjuntos, lógica matemática y álgebra booleana

La lógica matemática y el álgebra booleana son herramientas fundamentales de la computación que se apoyan en las leyes de la teoría de conjuntos para explicar teoremas matemáticos o bien para simplificar expresiones booleanas. En el caso de la unión, en la teoría de conjuntos se usa el símbolo U mientras que la operación equivalente se denota como V en lógica matemática y como + en álgebra booleana.



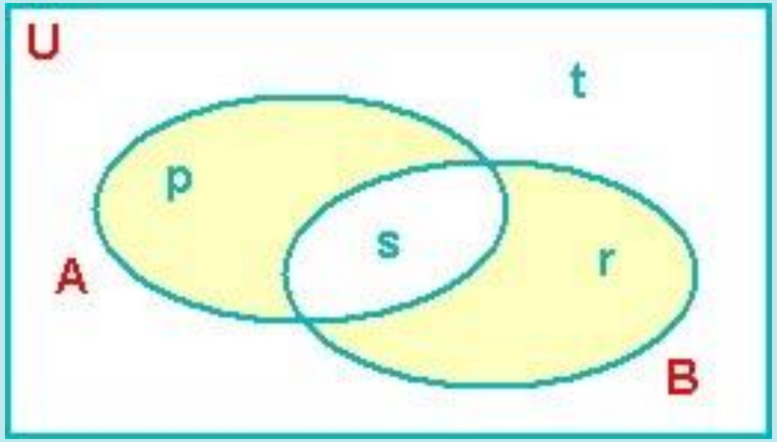
Conjuntos finitos

En este tipo de conjuntos se conocen las características de los elementos, pero no se sabe cuántos de ellos pertenecen al conjunto. Sin embargo algunas veces se desea saber cuántos elementos pertenecen a un conjunto, y no necesariamente cómo son éstos. En este caso se utilizan conjuntos finitos o bien conjuntos en donde se sabe con exactitud el número de elementos contenidos.



Generalización de conjuntos finitos

Cuando son más de tres conjuntos es más complicado encontrar la fórmula que representa la unión entre todos los conjuntos, sumando y restando las diferentes secciones involucradas de un diagrama de Venn, porque incluso es difícil determinar las diferentes secciones en el diagrama. En este caso se usa el principio de inclusión, exclusión que establece que se deben sumar las áreas que involucran un número non de conjuntos y se restan las que relacionan un número par.



Aplicación de la teoría de conjuntos

Una relación es un conjunto y en bases de datos es posible llevar a cabo operaciones entre relaciones, de la misma manera en que se hacen en teoría de conjuntos, de manera que los conceptos de unión intersección, complementación, así como otras reglas lógicas que resultan de mezclar estas tres operaciones básicas de conjuntos, dan origen a lo que se conoce como álgebra relacional, misma que a su vez proporciona los elementos necesarios con que se manejan las bases de datos relacionales y que permiten obtener la información en forma organizada y concreta.