

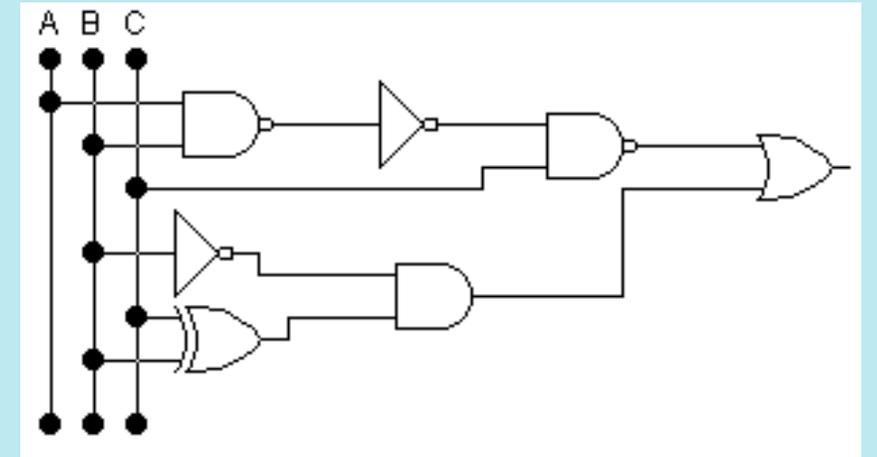
# Capítulo 5.

## Álgebra booleana

Continuar

# Introducción

El álgebra booleana fue desarrollada por George Boole a partir del análisis intuición y deducción. En su libro *An investigation of the laws of Thought*, publicado en 1854, muestra las herramientas para que las proposiciones lógicas fueran manipuladas matemáticas. Debido al carácter abstracto de sus principios no tuvo una aplicación directa sino hasta 1938 en que la compañía de teléfonos Bell de Estados Unidos la utilizó para realizar un análisis de circuitos de su red telefónica.



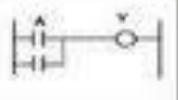
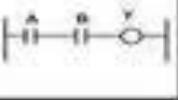
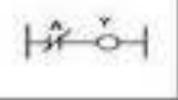
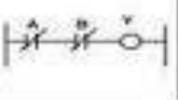
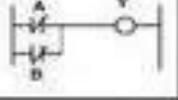
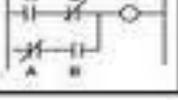
# Expresiones booleanas

El álgebra booleana trabaja con señales binarias. Al mismo tiempo una gran cantidad de sistemas de control, también conocidos como digitales, usan señales binarias y éstas son un falso o un verdadero que proviene de sensores que mandan la información al circuito de control, mismo que lleva a cabo la evaluación para obtener un valor que indicará si se lleva a cabo o no una determinada actividad, como encender un foco, arrancar un equipo de ventilación en un cine o ejecutar una operación matemática en una computadora.

Expresión	Valor
<code>mfn=4</code>	Verdadero
<code>not mfn=4</code>	Falso
<code>not (not mfn=4)</code>	Verdadero
<code>v24='plants'</code>	Falso
<code>v24:'plants'</code>	Verdadero
<code>v24:'PLANTS'</code>	Verdadero
<code>v44.6='method'</code>	Falso
<code>v44.6='Method'</code>	Verdadero
<code>v24:'plants' and v44:'method'</code>	Verdadero

# Propiedades de las expresiones booleanas

- Están compuestas de literales y cada una de ellas representa la señal de un sensor.
- El valor de las señales o de la función sólo puede ser 0 o 1, falso o verdadero.
- Además de literales, en la expresión booleana se puede tener el valor de 0 o 1.
- Las literales de las expresiones booleanas pueden estar conectadas por medio de los operadores lógicos And, Or o Not.
- Es posible obtener el valor de una expresión booleana sustituyendo en cada una de las literales el valor de 0 o 1, teniendo en cuenta el comportamiento de los operadores lógicos.

SÍMBOLO LÓGICO	TARJA DE LA VERDAD	ESQUEMA DE CONTACTOS															
 OR	<table border="1"><thead><tr><th>A</th><th>B</th><th>Y</th></tr></thead><tbody><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></tbody></table>	A	B	Y	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	
A	B	Y															
0	0	0															
0	1	1															
1	0	1															
1	1	1															
 AND	<table border="1"><thead><tr><th>A</th><th>B</th><th>Y</th></tr></thead><tbody><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></tbody></table>	A	B	Y	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	
A	B	Y															
0	0	0															
0	1	0															
1	0	0															
1	1	1															
 NOT	<table border="1"><thead><tr><th>A</th><th>B</th></tr></thead><tbody><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td></tr></tbody></table>	A	B	0	1	1	0										
A	B																
0	1																
1	0																
 NOR	<table border="1"><thead><tr><th>A</th><th>B</th><th>Y</th></tr></thead><tbody><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></tbody></table>	A	B	Y	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	
A	B	Y															
0	0	1															
0	1	0															
1	0	0															
1	1	0															
 NAND	<table border="1"><thead><tr><th>A</th><th>B</th><th>Y</th></tr></thead><tbody><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></tbody></table>	A	B	Y	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	
A	B	Y															
0	0	1															
0	1	1															
1	0	1															
1	1	0															
 XOR	<table border="1"><thead><tr><th>A</th><th>B</th><th>Y</th></tr></thead><tbody><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></tbody></table>	A	B	Y	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	
A	B	Y															
0	0	0															
0	1	1															
1	0	1															
1	1	0															

# Optimización de expresiones booleanas

Cuando se plantea un problema, en general la expresión booleana obtenida no necesariamente es la óptima, esta es; la más fácil, clara y sencilla de implementar utilizando compuertas lógicas. La expresión que resulta del planteamiento del problema puede ser simplificada empleando para ello teoremas y postulados del álgebra booleana o bien mapas de Karnaugh.

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	0	0	0	1
11	1	0	0	1
10	1	0	0	1

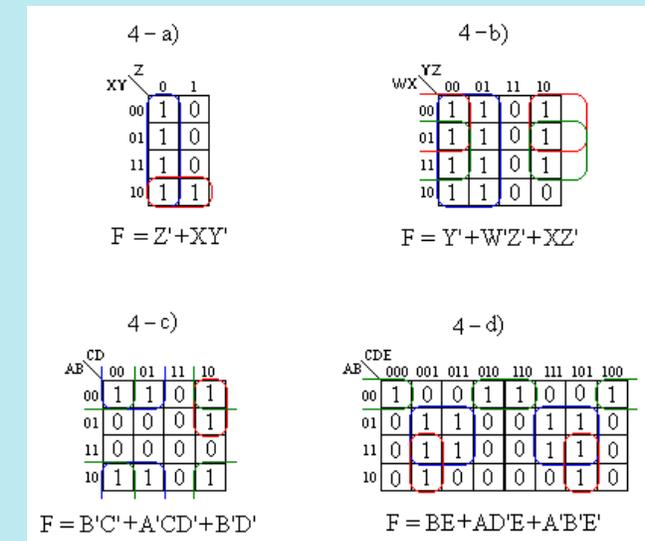
# Simplificación de expresiones booleanas

Los teoremas que se van a utilizar se derivan de los postulados del álgebra booleana, y permiten simplificar las expresiones lógicas o transformarlas en otras que son equivalentes. Una expresión simplificada se puede implementar con menos equipo y su circuito es más claro que el que corresponde a la expresión no simplificada.

	Adición	Producto
1	$a + \bar{a} = 1$	$a \cdot \bar{a} = 0$
2	$a + 0 = a$	$a \cdot 0 = 0$
3	$a + 1 = 1$	$a \cdot 1 = a$
4	$a + a = a$	$a \cdot a = a$
5	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$
6	$a + (b + c) = (a + b) + c$	$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
7	$a + (b \cdot c) = (a + b) \cdot (a + c)$	$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$
8	$a + a \cdot b = a$	$a \cdot (a + b) = a$
9	$\overline{(a + b)} = \bar{a} \cdot \bar{b}$	$\overline{(a \cdot b)} = \bar{a} + \bar{b}$

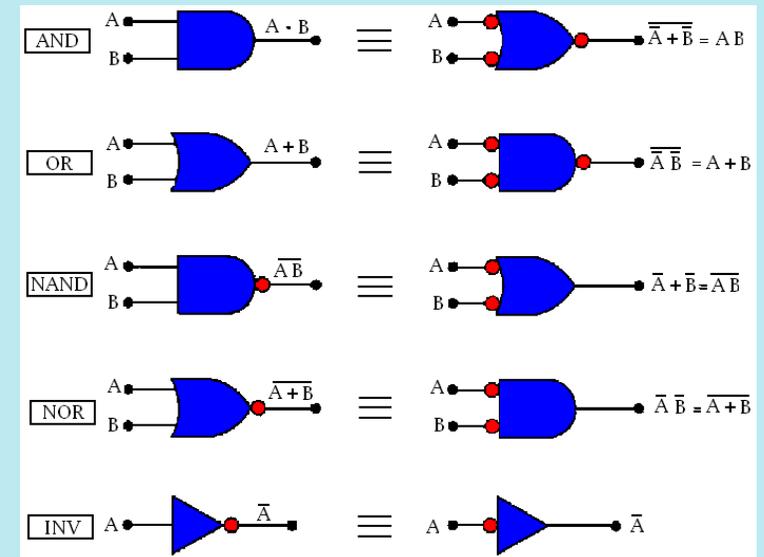
# Simplificación mediante mapas de Karnaugh

El método del mapa de Karnaugh es un procedimiento simple y directo para minimizar las expresiones booleanas, y fue propuesto por Edward W. Veitch y modificado ligeramente por Maurice Karnaugh. El mapa representa un diagrama visual de todas las formas posibles en que se puede plantear una expresión booleana en forma normalizada. Al reconocer varios patrones se pueden obtener expresiones algebraicas alternas para la misma expresión.



# Compuertas lógicas

Un bloque lógico es una representación simbólica gráfica de una o más variables de entrada a un operador lógico, para obtener una señal determinada o resultado. Los símbolos varían de acuerdo con la rama donde se utilizan, o bien del fabricante. Cada bloque lógico representa un dispositivo que permite manipular la señal según el campo de acción.



# Aplicaciones del álgebra booleana

Es una extensión de la lógica matemática, ya que utiliza los mismos principios y operadores lógicos así como los mismos valores. Los dispositivos con los que se implementan las funciones booleanas se llaman compuertas, y al combinarse han permitido inicialmente la creación del bulbo, transistor y chip. Basada en el álgebra booleana, la unidad lógica aritmética es la parte del microprocesador que realiza las operaciones aritméticas y lógicas en los datos.

