Capítulo 2

Nota: Las ecuaciones, figuras y problemas citados en el desarrollo de los problemas de este capítulo que no contengan "W" en su referencia corresponden al libro impreso.

Problema 2.2.W1 Un modelo para una NTC, alternativo al de la ecuación (2.2), es $R_T = A \times \exp(B/T)$. ¿Cuál es el valor de A para la NTC del problema 2.2.2? ¿Cuáles son su sensibilidad y su coeficiente de temperatura a 25 °C y 60 °C?

Palabras clave: *NTC, sensibilidad, coeficiente de temperatura.*

El valor de la resistencia de la NTC es uno, con independencia del modelo mediante el cual se describa. Por lo tanto,

$$R_T = R_0 e^{B\left(\frac{1}{T}-\frac{1}{T_0}\right)} = Ae^{\frac{B}{T}}$$

De aquí se deduce

$$A = R_0 e^{-\frac{B}{T_0}}$$

En el problema 2.2.2 se ha obtenido B = 3948 K. Si se toma como temperatura de referencia 25 °C, tendremos T_0 = (25 + 273,15) K = 298,15 K, R_0 = 5000 Ω, y en la ecuación anterior,

$$A = (5000\,\Omega)e^{-\frac{3948\,\mathrm{K}}{298{,}15\,\mathrm{K}}} = 8{,}9\ \mathrm{m}\Omega$$

La sensibilidad es la pendiente en un punto de la curva que describe el comportamiento del sensor. Luego,

$$S = \frac{dR_T}{dT} = Ae^{\frac{B}{T}}\left(-\frac{B}{T^2}\right) = R_T\left(-\frac{B}{T^2}\right)$$

La sensibilidad no es constante con la temperatura, como cabía esperar en un sensor no lineal. A 25 °C será

$$S_{25} = (5000\,\Omega)\frac{-3948\ \mathrm{K}}{(273{,}15+25)^2\ \mathrm{K}^2} = -222\ \Omega/\mathrm{K}$$

La sensibilidad es negativa, como corresponde a una resistencia con coeficiente de temperatura negativo (NTC). A 60 °C,

$$S_{60} = (1244\,\Omega)\frac{-3948\ \mathrm{K}}{(273{,}15+60)^2\ \mathrm{K}^2} = -44\ \Omega/\mathrm{K}$$

La sensibilidad es menor, en módulo, a temperaturas más altas.

El coeficiente de temperatura será

$$\alpha_T = \frac{1}{R_T}\frac{dR_T}{dT} = -\frac{B}{T^2}$$

y su valor respectivo a 25 °C y 60 °C,

$$\alpha_{25} = -\frac{3948\ \mathrm{K}}{(273{,}15+25)^2\ \mathrm{K}^2} = -0{,}044/\mathrm{K}$$
$$\alpha_{60} = -\frac{3948\ \mathrm{K}}{(273{,}15+60)^2\ \mathrm{K}^2} = -0{,}036/\mathrm{K}$$

El coeficiente de temperatura también es negativo y decrece para temperaturas altas.

Comentarios:

1. Obsérvese que la sensibilidad tiene una gran variación. Por esta razón no es posible obtener la temperatura a base de dividir el cambio de resistencia entre dos temperaturas por la sensibilidad.

2. El coeficiente de temperatura, aunque variable con la temperatura, es mucho mayor que el de las RTD de platino.

Problema 2.2.W2 Se dispone de un tacómetro de alterna con devanado de excitación de cobre, que a 25 °C tiene 1500 Ω y un coeficiente de temperatura de 0,0039/°C. Para poder utilizar dicho tacómetro en ambientes con temperatura entre -20 °C y 60 °C sin que la temperatura ambiente afecte a su sensibilidad, se piensa añadir en serie con su devanado de excitación una NTC linealizada mediante una resistencia en paralelo. Diseñar la red de compensación del coeficiente de temperatura del cobre.

Palabras clave: *NTC, linealización, compensación de temperatura, tacómetro.*

La figura 2.W1 muestra el circuito con el devanado y la red de compensación. El objetivo es que la resistencia total permanezca constante al cambiar la temperatura. Es decir, que su derivada respecto a la temperatura sea cero. Para ello será necesario que los cambios de resistencia en el devanado de cobre queden compensados por cambios iguales pero de signo opuesto en la resistencia equivalente del conjunto NTC y *R*. Si empleamos la ecuación (2.2), para la combinación de la NTC y *R* en paralelo tendremos

$$R_{T\mathrm{p}} = \frac{RR_T}{R+R_T}$$
$$\frac{dR_{T\mathrm{p}}}{dT} = \frac{R^2}{(R+R_T)^2}\frac{dR_T}{dT} = -\frac{B}{T^2}\frac{R^2R_T}{(R+R_T)^2}$$

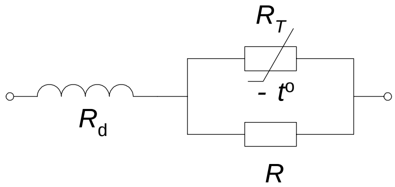

Figura 2.W1 Circuito equivalente a la conexión en serie de una NTC linealizada mediante una resistencia fija en paralelo y un devanado de cobre

El objetivo se puede formular como

$$\frac{d\left(R_{\mathrm{d}}+R_{\mathrm{p}}\right)}{dT}=0$$
$$\frac{dR_{\mathrm{d}}}{dT}=-\frac{dR_{\mathrm{p}}}{dT}$$

Tenemos, pues, una sola condición y tres parámetros de diseño: R y los dos parámetros de la NTC. En consecuencia, habrá dos grados de libertad. Si el devanado varía linealmente según la ecuación (2.1), tendremos

$$R_{\mathrm{d}}=R_0\left[1+\alpha_0\left(T-T_0\right)\right]$$

La condición que hay que cumplir será

$$\alpha_0 R_0=\frac{B}{T^2}\frac{R^2 R_T}{\left(R+R_T\right)^2}$$

Dado que el coeficiente de temperatura del cobre es constante, esta condición sólo se podrá cumplir a una temperatura determinada. Podemos elegir, por ejemplo, que se cumpla en el centro del margen de medida (20 °C). Si se tiene en cuenta el resultado del problema 2.2.1 (en el libro impreso), podremos escribir

$$\alpha_{20}R_{20}=\alpha_{25}R_{25}=\frac{B}{T_{\mathrm{c}}^2}\frac{R^2 R_{T_{\mathrm{c}}}}{\left(R+R_{T_{\mathrm{c}}}\right)^2}=\frac{B}{T_{\mathrm{c}}^2}\frac{R_{T_c}}{\left(1+\dfrac{R_{T_{\mathrm{c}}}}{R}\right)^2}$$

Para que fuera del centro del margen de medida se cumpla aproximadamente también la condición deseada, podemos elegir R de manera que R_{P} sea aproximadamente lineal. Si empleamos la ecuación (2.4), tendremos

$$\frac{R_{T_{\mathrm{c}}}}{R}=\frac{B+2T_{\mathrm{c}}}{B-2T_{\mathrm{c}}}$$

y la condición que se deberá cumplir será

$$\alpha_{25}R_{25}=\frac{B}{T_\mathrm{c}^2}\frac{R_{T_\mathrm{c}}}{\left(\dfrac{2B}{B-2T_\mathrm{c}}\right)^2}=\frac{R_{T_\mathrm{c}}\left(B-2T_\mathrm{c}\right)^2}{4BT_\mathrm{c}^2}=\frac{R_{T_\mathrm{c}}}{B}\left(\frac{B}{2T_\mathrm{c}}-1\right)^2$$

Así, pues, hay que elegir una NTC que cumpla la condición

$$\frac{R_{T_\mathrm{c}}}{B}\left(\frac{B}{2T_\mathrm{c}}-1\right)^2=\alpha_{25}R_{25}=0{,}0039\frac{\Omega}{\mathrm{K}}\times 1500\,\Omega=5{,}85\ \ \Omega/\mathrm{K}$$

donde T_c = (20 + 273,15) K ≅ 293 K. Dado que la temperatura característica de las NTC depende de su resistencia nominal, no es posible elegir, por ejemplo, el valor de la resistencia a una temperatura de referencia y buscar el valor de *B*, ni tampoco elegir el valor de *B* y buscar el valor de la resistencia. La elección hay que hacerla mediante tanteo. Una NTC de la serie B35 de Thermometrics, por ejemplo, tiene R_{25} = 750 Ω y R_{25}/R_{125} =17,1. Empleando el método del problema 2.2.2 para calcular *B*, obtenemos

$$B=\frac{\ln\dfrac{R_{25}}{R_{125}}}{\dfrac{1}{298}-\dfrac{1}{398}}\mathrm{K}=\frac{\ln 17{,}1}{\dfrac{100}{298\times 398}}=3367\ \mathrm{K}$$

La resistencia de la NTC a 20 °C será

$$R_{20}=\left(750\,\Omega\right)e^{3367\left(\frac{1}{293}-\frac{1}{298}\right)}=909\,\Omega$$

de manera que

$$\frac{R_{T_\mathrm{c}}}{B}\left(\frac{B}{2T_\mathrm{c}}-1\right)^2=\frac{909\,\Omega}{3367\ \mathrm{K}}\left(\frac{3367}{2\times 293}-1\right)^2=6{,}08\ \ \Omega/\mathrm{K}$$

que es relativamente próximo a los 5,85 Ω/K deseados. El valor de *R* debería ser

$$R=\left(909\,\Omega\right)\frac{3367-2\times 293}{3367+2\times 293}=639{,}5\,\Omega$$

Elegiríamos una resistencia de película metálica de 634 Ω (tolerancia ±1 %).

Comentarios:

1. La linealización de una NTC mediante una resistencia en paralelo da la menor no linealidad en el punto de inflexión de la resistencia equivalente. Si el elemento cuya temperatura se desea controlar está normalmente en una temperatura distinta de la del centro del margen de medida, se podría haber forzado el punto de inflexión en dicha temperatura.

2. Un método de diseño alternativo es elegir una NTC concreta ya disponible, que tendrá una B y una resistencia determinadas, y calcular entonces el valor de R necesario para que a T_c se obtenga el coeficiente de temperatura deseado.

Problema 2.2.W3 Para medir una temperatura en el margen de 15 °C a 250 °C en un punto alejado, se utiliza una sonda de platino con 3 hilos de conexión iguales y alimentada a corriente constante tal como se indica en la figura 2.W2. Si a 0 °C la sonda tiene 100 Ω y $\alpha = 3{,}912 \times 10^{-3}$/K, ¿cuál debe ser el valor de R para que por la sonda circule 1 mA? Si la resistencia de los hilos de conexión se considera finita, ¿cuál es la expresión de la tensión de salida? Si se desea que la tensión de salida sea independiente de la resistencia de los hilos de conexión y que su valor máximo sea de 5 V, ¿qué condición deben cumplir R_1 y los valores de R_2 y R_3?¿Cuál es en este caso la tensión de salida a 15 °C?

Palabras clave: *sonda de platino, sonda de tres hilos, termómetro, circuito de corriente constante.*

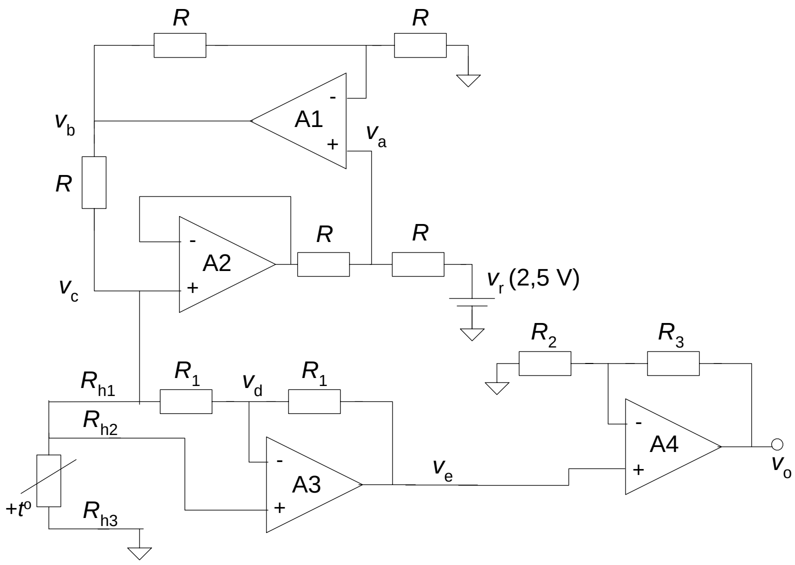

Figura 2.W2 Termómetro basado en una sonda de platino de tres hilos alimentada con corriente constante

La corriente a través de R es constante porque viene determinada por la tensión de referencia V_r a través de A1 y A2. Si la resistencia de los hilos de conexión es suficientemente pequeña, R_1 tendrá ambos extremos al mismo potencial, de modo que por ella no circulará corriente. Por lo tanto, la corriente que circula por R va toda hacia la sonda. La caída de tensión en el sensor la amplifica A4. En el circuito a la salida de A2 tendremos

$$\frac{V_c - V_a}{R} = \frac{V_a - V_r}{R}$$

$$V_a = \frac{V_c + V_r}{2}$$

A1 constituye un amplificador no inversor con ganancia 2. Luego, $V_b = 2V_a$. La corriente a través de R será

$$I = \frac{V_\mathrm{b} - V_\mathrm{c}}{R} = \frac{V_\mathrm{c} + V_\mathrm{r} - V_\mathrm{c}}{R} = \frac{V_\mathrm{r}}{R}$$

Para que esta corriente no exceda de 1 mA, deberá ser

$$R = \frac{V_\mathrm{r}}{I} = \frac{2{,}5\ \mathrm{V}}{1\ \mathrm{mA}} = 2{,}5\ \mathrm{k\Omega}$$

La tensión obtenida a la salida será

$$v_\mathrm{o} = v_\mathrm{e}\left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right)$$

Por superposición, en A3, $v_\mathrm{e} = 2v_\mathrm{d} - v_\mathrm{c}$. Si se considera finita la resistencia de los hilos, en el nodo de conexión de R_1 al sensor se cumplirá

$$I = \frac{v_\mathrm{c} - v_\mathrm{d}}{R_\mathrm{h1}} + \frac{v_\mathrm{c} - v_\mathrm{d}}{R_1}$$

Dado que en el terminal positivo de A3 no entra corriente, en el nodo superior del sensor se tendrá

$$\frac{v_\mathrm{c} - v_\mathrm{d}}{R_\mathrm{h1}} = \frac{v_\mathrm{d}}{R_T + R_\mathrm{h3}}$$

Eliminando v_c en estas dos ecuaciones se obtiene

$$v_\mathrm{d} = IR_1 \frac{R_T + R_\mathrm{h3}}{R_1 + R_\mathrm{h1}}$$

y para v_c,

$$v_\mathrm{c} = v_\mathrm{d}\left(1 + \frac{R_\mathrm{h1}}{R_T + R_\mathrm{h3}}\right)$$

La expresión final de v_o es

$$v_\mathrm{o} = IR_1 \frac{R_T + R_\mathrm{h3} - R_\mathrm{h1}}{R_1 + R_\mathrm{h1}}\left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right) = IR_T \frac{R_1}{R_1 + R_\mathrm{h1}}\left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right)$$

donde en el último paso se ha supuesto $R_\mathrm{h1} = R_\mathrm{h3}$. Para que la tensión de salida sea independiente de los hilos de conexión, además de $R_\mathrm{h1} = R_\mathrm{h3}$ debe cumplirse $R_1 >> R_\mathrm{h1}$, que es la misma condición impuesta para que la corriente a través del sensor sea constante. Si la tensión de salida no puede exceder de 5 V, dado que v_o es máxima cuando lo sea la temperatura, deberá cumplirse

$$IR_{250}\left(1+\frac{R_3}{R_2}\right) < 5\ \mathrm{V}$$

La resistencia del sensor a 250 °C será

$$R_{250} = R_0\left[1+\alpha_0\left(250\ °\mathrm{C} - 0\ °\mathrm{C}\right)\right] = \left(100\ \Omega\right)\left(1+0{,}003912\times 250\right) = 197{,}8\ \Omega$$

Así pues, la condición para R_2 y R_3 es finalmente

$$\frac{R_3}{R_2} < \frac{5}{10^{-3}\times 197{,}8} - 1 = 24{,}3$$

La tensión de salida a 15 °C es

$$v_\mathrm{o} = IR_0\left(1+\frac{R_3}{R_2}\right) = \left(10^{-3}\ \mathrm{A}\right)\left(100\ \Omega\right)\left(1+0{,}003912\times 15\right)\left(1+24{,}3\right) = 2{,}68\ \mathrm{V}$$

Comentarios:

1. El último resultado ilustra uno de los problemas de las interfaces con sensores resistivos: el valor mínimo de la salida es tan alto que el margen dinámico es muy reducido si no se desplaza el nivel de la salida.

2. En la figura 2.W2, el nivel de salida se puede desplazar a base de conectar R_2 a una tensión no nula.

3. Las ecuaciones sin aproximaciones permiten cuantificar el efecto de los hilos de conexión.

4. Para un mejor apareamiento de características, los cuatro amplificadores operacionales deberían ser de un modelo cuádruple.

Problema 2.2.W4 El circuito de la figura 2.W3 es un termómetro basado en una NTC que tiene 10.000 Ω a 25 °C, 29.490 Ω a 0 °C y 3.893 Ω a 50 °C. ¿Cuál es el valor aproximado de la temperatura característica (B) del material? Si V_c = 0 V, ¿cuál sería la expresión de la tensión de salida en función de la temperatura? Si V_c = –15 V y V_r = 5 V, ¿qué condición deben cumplir las resistencias del circuito para tener v_o = 0 V a 0 °C? Si la corriente a través de la NTC debe ser inferior a unos 0,5 mA y se desea tener v_o = 0 V a 0 °C y v_o = 0,5 V a 50 °C, ¿cuál debe ser el valor de las resistencias del circuito?

Palabras clave: *divisor de tensión, NTC, temperatura característica, linealización, termómetro.*

El circuito consiste en dos divisores de tensión, uno formado por R_1 y la NTC, y el otro formado por R_6 y R_7. Las tensiones de salida de los dos divisores se suman a base de convertirlas en corrientes, mediante R_2 y R_5, y la corriente resultante se convierte en la tensión de salida mediante R_3. Para obtener la temperatura característica de la NTC, dado que ésta se basa en un modelo de dos parámetros, bastan los valores de la resistencia a dos temperaturas. Si se emplean los valores de la resistencia a 0 °C y a 50 °C, de acuerdo con el resultado del problema 2.2.2, tendremos

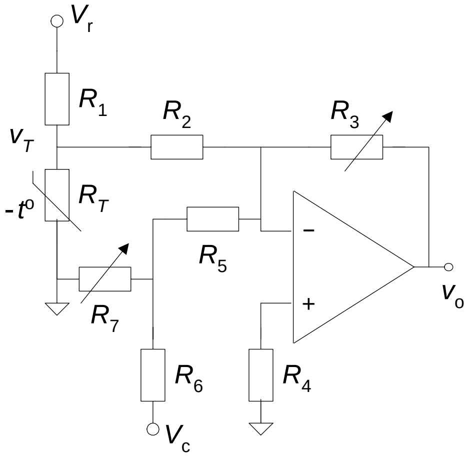

Figura 2.W3 Termómetro basado en una NTC y dos divisores de tensión cuyas salidas se suman y amplifican

$$B=\frac{\ln\frac{R_{50}}{R_0}}{\frac{1}{(273+50)\,\text{K}}-\frac{1}{(273+0)\,\text{K}}}=\frac{\ln\frac{3893}{29490}}{\frac{1}{323\,\text{K}}-\frac{1}{273\,\text{K}}}=3571\,\text{K}$$

Si $V_c = 0$ V, el análisis de las corrientes en la entrada negativa del amplificador operacional y en el divisor de tensión de la NTC da, respectivamente,

$$\frac{v_o}{R_3}=-\frac{v_T}{R_2}$$

$$\frac{V_r-v_T}{R_1}=\frac{v_T}{R_T}+\frac{v_T}{R_2}$$

Al eliminar v_T de estas dos ecuaciones, se obtiene

$$v_o=-V_r\frac{R_3}{R_1+R_2+\frac{R_1R_2}{R_T}}$$

Cuando V_c no sea nula, la salida se puede obtener por superposición

$$v_o=v_o\big|_{V_c=0}+v_o\big|_{V_r=0}$$

La salida cuando V_r es 0 V se puede obtener por simple comparación con el caso en que $V_c = 0$ V, para obtener

$$v_o=-V_c\frac{R_3}{R_5+R_6+\frac{R_5R_6}{R_7}}$$

Así, pues, la salida en el caso general será

$$v_o = -V_r \frac{R_3}{R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_T}} - V_c \frac{R_3}{R_5 + R_6 + \frac{R_5 R_6}{R_7}}$$

Para tener $v_o = 0$ V a 0 °C, cuando $V_c = -15$ V y $V_r = 5$ V, deberá cumplirse

$$15 \frac{R_3}{R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_0}} = 5 \frac{R_3}{R_5 + R_6 + \frac{R_5 R_6}{R_7}}$$

$$R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_0} = 3\left(R_5 + R_6 + \frac{R_5 R_6}{R_7}\right)$$

En el circuito hay siete resistencias y el enunciado impone sólo dos condiciones para la tensión de salida: 0 V a 0 °C y 0,5 V a 50 °C, y limita la corriente en la NTC a 0,5 mA. Hay, pues, cuatro grados de libertad. Para tener simetría en el circuito elegimos $R_2 = R_5$, $R_1 = R_6$ y $R_7 = R_0$. Para tener menos de 0,5 mA a través de la NTC se debe cumplir

$$0{,}5\ \text{mA} > \left|\frac{V_r}{R_1 + R_T}\right| = \frac{5\ \text{V}}{R_1 + R_T}$$

Esta condición se cumplirá en cualquier caso si elegimos, por ejemplo, $R_1 = 10\ \text{k}\Omega$. Los valores deseados para la tensión de salida a 0 °C y 50 °C imponen la condición

$$0{,}5 = \frac{-5R_3}{R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_{50}}} + \frac{15R_3}{R_5 + R_6 + \frac{R_5 R_6}{R_7}} = \frac{-5R_3}{R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_{50}}} + \frac{5R_3}{R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_0}}$$

Dado que hay dos variables, R_2 y R_3, podemos elegir, por ejemplo, R_2 y determinar el valor de R_3. Si tomamos $R_2 = 50\ \text{k}\Omega$, para no afectar demasiado al divisor de tensión que incluye la NTC, el valor de R_3 deberá ser

$$R_3 = \frac{0{,}1}{\dfrac{1}{10\ \text{k}\Omega + 50\ \text{k}\Omega + \dfrac{(10\ \text{k}\Omega)(50\ \text{k}\Omega)}{29490\ \Omega}} - \dfrac{1}{10\ \text{k}\Omega + 50\ \text{k}\Omega + \dfrac{(10\ \text{k}\Omega)(50\ \text{k}\Omega)}{3893\ \Omega}}} = 13\ \text{k}\Omega$$

R_4 es una resistencia de compensación de las corrientes de entrada del amplificador, y su objetivo es que desde ambos terminales se vea la misma resistencia de fuente. Con los valores elegidos, el valor aproximado deberá ser

$$R_4 \approx R_3 \left\| \frac{1}{2}\left(R_5 + R_6 \| R_7\right) = 8{,}7\ \text{k}\Omega \right.$$

Salvo R_4, las demás resistencias deberían ser de película metálica para que sus relaciones fueran estables.

Comentarios:

1. El análisis por superposición ha sido sugerido por el propio enunciado, pero es un recurso que hay que tener siempre en cuenta.

2. Las condiciones del enunciado permiten asegurar que la salida a 0 °C y a 50 °C será la deseada. Pero dado que la NTC es no lineal y que la relación entre la tensión de salida y R_T también es no lineal, en principio no se puede garantizar la linealidad en todo el margen de medida. No obstante, el razonamiento que ha llevado a la ecuación (2.4) permite afirmar que la respuesta será bastante lineal alrededor de una temperatura que depende del valor de la resistencia equivalente en paralelo con el sensor. Dicha temperatura se puede determinar a partir de la ecuación (2.4). La condición de que dicha temperatura fuera, por ejemplo, el centro del margen de medida hubiese ofrecido otra condición de diseño.

3. La necesidad de dos tensiones de referencia constantes y distintas es una consecuencia de la pretensión del circuito de compensar la caída de tensión en el sensor a 0 °C. En un puente de Wheatstone este problema se soluciona de forma más simple. Por el contrario, si las tensiones de referencia están referidas a masa, que es lo usual, para el puente hace falta un amplificador diferencial y en cambio aquí se usa un amplificador con entrada asimétrica.

Problema 2.2.W5 Se desea medir una magnitud en el margen desde $x = 0$ hasta $x = 10$, mediante un sensor resistivo lineal que para $x = 0$ tiene 1000 Ω y para $x = 10$ tiene 1100 Ω. El sensor se dispone en un puente de Wheatstone que se ajusta para tener salida nula cuando $x = 0$. Si las resistencias del puente se eligen para tener máxima sensibilidad para una tensión de alimentación determinada, ¿cuál es la máxima desviación relativa de la tensión de salida respecto a la tangente en el origen? Si se desea mantener dicha desviación inferior al 1 %, ¿qué relación deberían cumplir las resistencias del puente?

Palabras clave: *puente de Wheatstone, sensibilidad, no linealidad.*

El sensor se puede modelar mediante (2.1) con $R_0 = 1000\ \Omega$, $x_0 = 0$ y $\alpha x = 0{,}1$. La tensión de salida de un puente como el de la figura 2.7, con un solo sensor, será

$$v_\mathrm{s} = V_\mathrm{r}\left[\frac{R_0(1+\alpha x)}{R_0(1+\alpha x)+R_2} - \frac{R_4}{R_1+R_4}\right] = V_\mathrm{r}\frac{k\alpha x}{(k+1)(k+1+\alpha x)}$$

donde

$$k = \frac{R_2}{R_0} = \frac{R_1}{R_4}$$

Para tener la máxima sensibilidad para una tensión de alimentación dada, hay que elegir $k = 1$. La tensión de salida es entonces

$$v_s = V_r \frac{\alpha x}{2(2+\alpha x)}$$

cuya pendiente en el origen es

$$\left.\frac{dv_s}{d(\alpha x)}\right|_{x=0} = \left.\frac{V_r}{(2+\alpha x)^2}\right|_{x=0} = \frac{V_r}{4}$$

y la ecuación de la tangente en el origen:

$$v_{so} = \frac{V_r}{4}\alpha x$$

La desviación relativa de la salida real respecto a esta recta es

$$\varepsilon = \left|\frac{v_s - v_{so}}{v_{so}}\right| = \frac{\alpha x}{2+\alpha x} = 0{,}048$$

Para mantener esta desviación inferior al 1 % hay que hacer $k > 1$. La desviación relativa será

$$\varepsilon = \left|\frac{-\alpha x}{k+1+\alpha x}\right| = \frac{0{,}1}{k+1+0{,}1}$$

Para tener $\varepsilon < 0{,}01$ hará falta $k > 8{,}9$.

Comentarios:

1. La tangente en el origen no es necesariamente la mejor opción para considerar una salida lineal. La recta que pasa por los puntos extremos del margen de medida se separa menos de la salida real.

2. Obsérvese que el resultado es independiente de la tensión de alimentación del puente.

Problema 2.2.W6 El puente de la figura 2.W4 incorpora una galga extensométrica, de 350 Ω y factor de sensibilidad 2, que puede disipar 20 mW como máximo. Si en reposo se desea tener una salida nula, ¿cuál es el valor máximo aceptable para la tensión de referencia V_r para no calentar excesivamente la galga? ¿Cuál es la expresión de la tensión de salida en función de la variación porcentual de resistencia de la galga si los amplificadores operacionales se consideran ideales? Si la galga está pegada sobre acero (E = 210 GPa) y la tensión de referencia es de 2,5 V, ¿cuál debe ser la ganancia del amplificador diferencial para que al aplicar una carga de 100 kg/cm^2 la salida sea de 10 mV? Si cada amplificador operacional tiene una tensión de *offset* máxima de 100 µV, ¿cuál es la desviación de cero (en kilogramos por centímetro cuadrado) que producen dichas tensiones en el peor caso?

Palabras clave: *galga extensométrica, pseudopuente, offset, desviación de cero.*

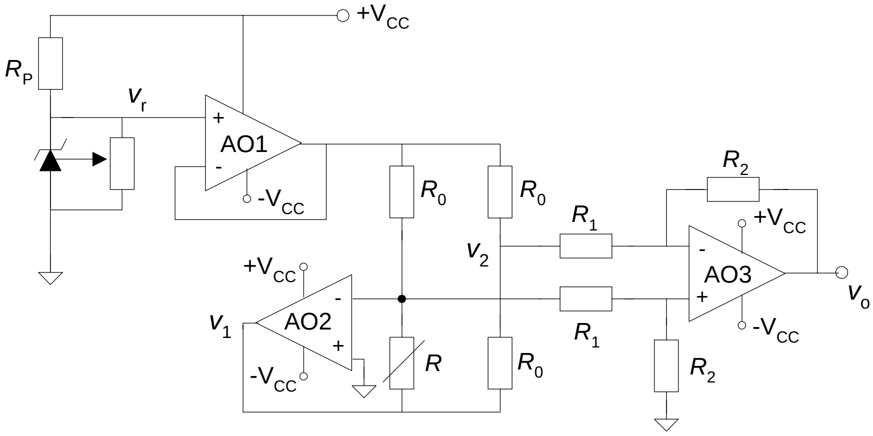

Figura 2.W4 Pseudopuente resistivo con una galga extensométrica y amplificador diferencial simple

En la figura 2.W4, AO1 aplica una tensión de referencia estable a los dos divisores de tensión que constituyen un pseudopuente. AO2 fuerza la tensión de su terminal no inversor a 0 V, y por lo tanto la corriente a través de la primera R_0 es constante. AO3 y los dos pares de resistencias, R_1 y R_2 constituyen un amplificador diferencial que amplifica la diferencia de tensión entre el divisor de tensión que incluye R y el formado por las otras dos resistencias R_0. El valor máximo de la tensión de referencia vendrá determinado por la corriente máxima aceptable en la galga, limitada a su vez por la máxima potencia que puede disipar. Así pues,

$$I = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{20 \times 10^{-3}\ \mathrm{W}}{350\,\Omega}} = 7{,}55\ \mathrm{mA}$$

Para tener salida nula en reposo, hará falta $R_0 = 350\ \Omega$. Luego,

$$V_\mathrm{r} < (7{,}55\ \mathrm{mA}) \times (350\,\Omega) = 2{,}65\ \mathrm{V}$$

La salida de AO3 será

$$v_\mathrm{o} = -v_2 \frac{R_2}{R_1}$$

La salida de AO2 será

$$v_1 = -V_\mathrm{r} \frac{R}{R_0} = -V_\mathrm{r} \frac{R_0(1+x)}{R_0}$$

En el nodo de tensión v_2 se cumplirá

$$\frac{V_\mathrm{r} - v_2}{R_0} = \frac{v_2 - v_1}{R_0} + \frac{v_2}{R_1}$$

De estas tres ecuaciones obtenemos

$$v_o = V_r \frac{R_2 x}{R_0 + 2R_1}$$

Para una galga extensométrica, $x = K\varepsilon$, donde K es el factor de sensibilidad de la galga, $\varepsilon = \sigma/E$ y E es el módulo de Young. Así pues,

$$x = K\frac{\sigma}{E} = 2\frac{100\ \mathrm{kg/cm^2}}{210\ \mathrm{GPa}} = 2\frac{100 \times 9{,}8 \times 10^4\ \mathrm{Pa}}{210 \times 10^9\ \mathrm{Pa}} = 93 \times 10^{-6}$$

Deseamos obtener

$$v_0 = (2{,}5\ \mathrm{V})\frac{R_2 \times 93 \times 10^{-6}}{350\ \Omega + 2R_1} = 10\ \mathrm{mV}$$

Si elegimos R_1 de forma que $2R_1 >> 350\ \Omega$, deberá ser $R_2/R_1 = 86$.

Al considerar la tensión de *offset* de cada amplificador operacional, la salida de AO1 será

$$V_r' = V_r + v_{io1}$$

La salida de AO2, cuando $x = 0$, será

$$v_1' = -V_r' + v_{io2}\left(1 + \frac{R_0}{R_0}\right) = -V_r' + 2v_{io2}$$

AO3 amplificará su propia tensión de *offset* y la diferencia de tensiones entre los dos terminales conectados a las resistencias R_1, es decir,

$$v_o(0) = v_{io3}\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) - \frac{R_2}{R_1}\left[\frac{V_r' + v_1'}{2 + R_0/R_1} - v_{io2}\right] \cong v_{io3}\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

donde en el último paso se ha supuesto $2R_1 >> 350\ \Omega$. Tendremos, pues,

$$v_o(0) \cong (100\ \mu\mathrm{V}) \times 87 = 8{,}7\ \mathrm{mV}$$

$$e = \frac{8{,}7\ \mathrm{mV}}{(10\ \mathrm{mV})/(100\ \mathrm{kg/cm^2})} = 87\ \mathrm{kg/cm^2}$$

Comentarios:

1. La tensión de salida es lineal a pesar de tener una sola galga, porque dicha galga se alimenta mediante una corriente constante, forzada por AO2.

2. El conjunto formado por AO3 y los dos pares de resistencias está disponible como un circuito integrado comercial.

3. El análisis se simplifica si se supone de entrada $2R_1 >> R_0$. Pero si esta condición no se cumple, habrá una desviación en la ganancia.

4. El ajuste de cero anulará no sólo el efecto del desequilibrio por tolerancias en el puente, sino también el efecto de las tensiones de *offset*.

Problema 2.2.W7 El puente de la figura 2.W5 incorpora cuatro galgas de advance (K = 2) de 350 Ω y su salida se mide con un amplificador de instrumentación (AI) de ganancia ajustable. El generador de tensión de referencia REF102 establece una diferencia de potencial de 10 V muy estable entre sus terminales A y B. El AO se supone ideal. Si cada galga puede disipar una potencia máxima de 250 mW, ¿cuál es la máxima corriente que puede circular por cada una? Si se desea que la corriente total suministrada al puente sea de 25 mA, ¿cuáles deben ser el valor y la potencia de las resistencias R? Si las galgas están pegadas sobre acero con E = 210 GPa, de tal modo que varían de igual manera pero en direcciones opuestas dos a dos, ¿cuál debe ser la ganancia G del AI para tener 0,5 V cuando la carga aplicada sea de 50 kg/cm²? Si para el AI se especifica una tensión de *offset* (referida a su entrada) de (250 + 900/G) μV a 25°C, una deriva de (2 + 20/G) μV/°C, un consumo de 8,5 mA en cada línea de alimentación, y una resistencia térmica θ_{ja} = 102 °C/W, ¿cuál es la desviación de la salida (en kilogramos por centímetro cuadrado) cuando G = 1000, si no se ajusta el *offset* y la temperatura ambiente es de 30 °C?

Palabras clave: *galgas extensométricas, puente de continua, amplificador de instrumentación, offset.*

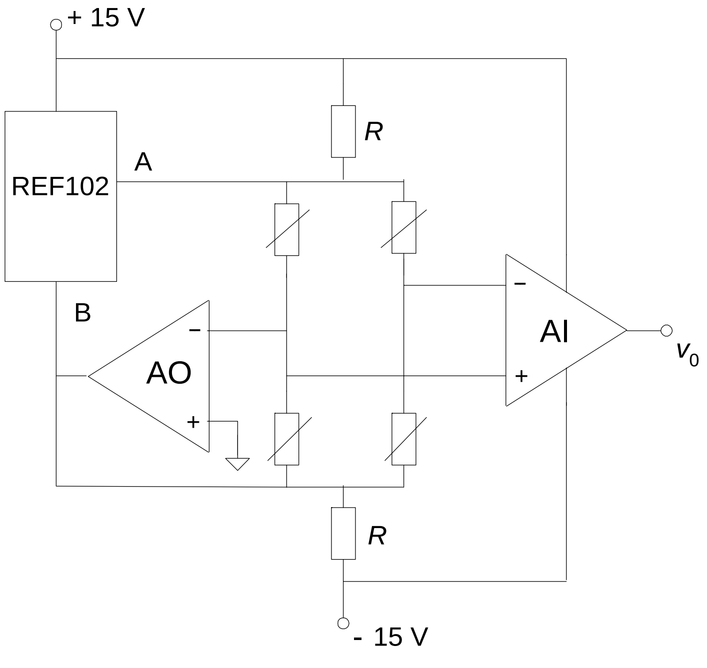

Figura 2.W5 Puente de galgas alimentado por una corriente superior a la del generador de tensión de referencia

El circuito de la figura es un puente completo que incorpora un amplificador operacional para fijar un terminal de salida a 0 V, y que está alimentado con una tensión constante de 10 V, aunque la corriente que circula por el puente no viene del generador de tensión de referencia sino de las fuentes de alimentación de 15 V. Para no superar la máxima potencia permitida en cada galga, la corriente por cada una de ellas deberá cumplir

$$I^2 R < 250\ \text{mW}$$

$$I < \sqrt{\frac{250 \times 10^{-3}\ \text{W}}{350\ \Omega}} = 26{,}7\ \text{mA}$$

Dado que el generador REF102 mantiene 10 V entre sus terminales A y B, la corriente a través del puente será

$$I = \frac{30\ \text{V} - 20\ \text{V}}{2R} = 25\ \text{mA}$$

Deberá ser $R = 400\ \Omega$. La potencia disipada en cada resistencia es entonces

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{(15\ \text{V} - 5\ \text{V})^2}{400\ \Omega} = 250\ \text{mW}$$

donde se ha tenido en cuenta la simetría del circuito. Elegiríamos resistencias de potencia ¼ W o mayor.

Si las galgas se disponen como en la figura 2.6, la tensión de salida del puente será

$$v_s = (10\ \text{V})\left(\frac{1+x}{2} - \frac{1-x}{2}\right) = 10x\ \text{V}$$

La variación porcentual de resistencia de cada galga será

$$x = K\varepsilon = K\frac{\sigma}{E} = 2\frac{50 \times 9{,}8 \times 10^4}{210 \times 10^9} = 46{,}7 \times 10^{-6}$$

Para el AI necesitamos una ganancia

$$G = \frac{0{,}5\,V}{467 \times 10^{-6}\ V} = 1071$$

La tensión de *offset* del AI depende de su temperatura. Ésta depende a su vez de la temperatura ambiente y del consumo de corriente. Si se supone que la etapa que sigue al AI tiene alta impedancia de entrada, la corriente que circulará por el AI será la del propio consumo en condiciones estacionarias. Tendremos entonces

$$T_j = T_a + \theta_{ja} \times P_{AI} = 30\ °\text{C} + (102\ °\text{C/W})(2 \times 15\ \text{V} \times 8{,}5\ \text{mA}) = 56\ °\text{C}$$

Dado que la tensión de *offset* especificada corresponde a una temperatura de 25 °C, la tensión de *offset* a la entrada del AI será

$$v_{io}(56\ °\text{C}) = \left(250 + \frac{900}{1000}\right)\mu\text{V} + \left(2 + \frac{20}{1000}\right)\frac{\mu\text{V}}{°\text{C}} \times (56 - 25)°\text{C} = 313\ \mu\text{V}$$

que implica una desviación en la medida

$$\sigma_e = \frac{313\ \mu\text{V}}{(467\,\mu\text{V})/(50\,\text{kg/cm}^2)} = 33{,}5\ \text{kg/cm}^2$$

Comentarios:

1. Aunque la caída de tensión en el puente es de 10 V, sería erróneo suponer que la caída de tensión en cada galga es siempre de 5 V, o que la tensión en el nodo superior del puente es de 5 V y en el nodo inferior es de –5 V. En realidad el nodo superior del puente está a una tensión $5(1 + x)$ V y el nodo inferior a $5(1 - x)$ V.

2. Para que la tensión de *offset* a la entrada del AI sea pequeña, interesa trabajar con la mayor ganancia posible.

3. La tensión de *offset* de los circuitos integrados se suele medir con equipos automáticos de forma rápida, de modo que el componente no tiene tiempo de alcanzar la temperatura de régimen. Por eso se considera que la tensión de offset especificada corresponde a 25 °C, aunque al medir la tensión de *offset* el componente esté conectado a la tensión de alimentación.

4. Aunque el calentamiento de este AI es importante, su deriva de la tensión de offset no lo es.

Problema 2.2.W8 El circuito de la figura 2.W6 es un acondicionador de señal para el sensor de presión de silicio MPX2100D, que está basado en un puente de galgas cuya sensibilidad es 0,04 mV/V/kPa. Las resistencias R_7 y R_8 sirven para ajustar el nivel de salida cuando la presión es cero. En lo que sigue se ignorará la presencia de R_8. Si el margen de presiones medidas va de 0 kPa a 100 kPa y se desea obtener un margen correspondiente de tensiones de salida de 0,5 V a 4,5 V, ¿qué ganancia de tensión debe presentar el circuito? ¿Cuál es la expresión completa de la tensión de salida en función de la tensión en los terminales de salida del sensor (2 y 4)? ¿Qué condición deben cumplir las resistencias del circuito para que la tensión de salida no dependa de la tensión de modo común a la salida del puente? ¿Qué valor deben tener las resistencias para cumplir todas las condiciones anteriores?

Palabras clave: *sensor de presión piezorresistivo, amplificador de instrumentación.*

Los cuatro amplificadores operacionales constituyen un amplificador de instrumentación en el que dos forman una etapa de entrada (asimétrica) con alta impedancia y salida diferencial y el amplificador de salida es un amplificador no inversor que en lugar de tener R_4 conectada a masa, la tiene conectada a la salida de otro amplificador no inversor. La ganancia necesaria será

$$G = \frac{4{,}5\ \text{V} - 0{,}5\ \text{V}}{\Delta V_s} = \frac{4\ \text{V}}{\left(0{,}04\,\dfrac{\text{mV}}{\text{V}\times\text{kPa}}\right)\times(8\ \text{V})\times(100\ \text{kPa})} = \frac{4\ \text{V}}{32\ \text{mV}} = 125$$

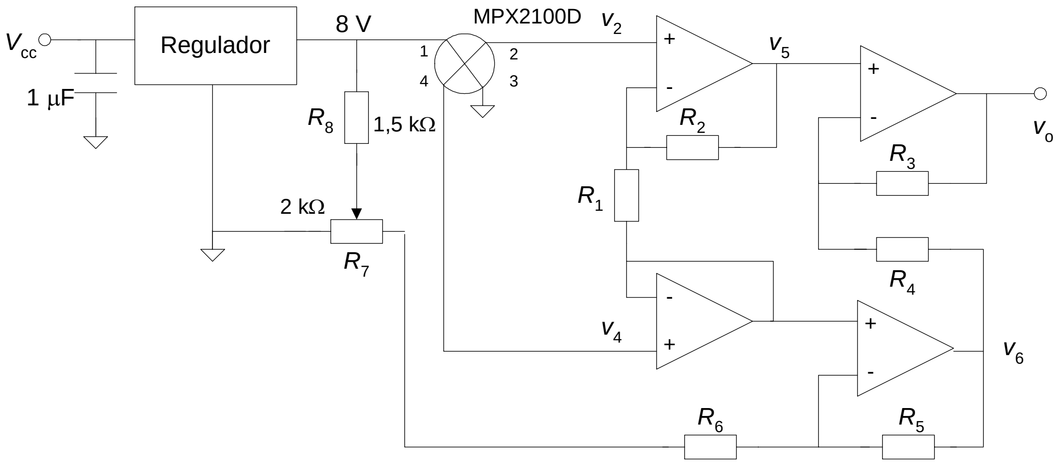

Figura 2.W6 Acondicionador de señal para un sensor piezorresistivo empleando sólo amplificadores operacionales

Para encontrar la expresión completa de la tensión de salida, aplicamos la ley de Kirchhoff para las corrientes en las entradas inversoras de los amplificadores operacionales, excepto en el que está conectado como seguidor. Si los amplificadores operacionales se consideran ideales, tendremos

$$\frac{v_5 - v_2}{R_2} = \frac{v_2 - v_4}{R_1}$$

$$\frac{v_o - v_5}{R_3} = \frac{v_5 - v_6}{R_4}$$

$$\frac{v_6 - v_4}{R_5} = \frac{v_4}{R_6 + R_7}$$

Si se despejan v_5 y v_6, se obtiene la tensión de salida en función de las de entrada

$$v_o = v_2\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\left(1+\frac{R_3}{R_4}\right) - v_4\left[\frac{R_2}{R_1} + \frac{R_3}{R_4}\left(1+\frac{R_2}{R_1}+\frac{R_5}{R_6+R_7}\right)\right]$$

Para tener salida nula cuando $v_2 = v_4$, deberá cumplirse

$$\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\left(1+\frac{R_3}{R_4}\right) = \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_3}{R_4}\left(1+\frac{R_2}{R_1}+\frac{R_5}{R_6+R_7}\right)$$

que lleva a

$$\frac{R_3}{R_4} = \frac{R_6 + R_7}{R_5}$$

La tensión de salida es entonces

$$v_o = (v_2 - v_4)\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\left(1+\frac{R_3}{R_4}\right)$$

Para aparear las resistencias podemos elegir, por ejemplo, $R_3 = R_4 = 10$ kΩ, y entonces $R_5 = 10$ kΩ, $R_6 = 8{,}2$ kΩ y $R_7 = 2$ kΩ, ajustable. Para conseguir $G = 125$ deberemos tener

$$125 = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\times 2$$

que lleva a $R_2/R_1 = 61{,}5$. Si elegimos $R_1 = 1$ kΩ, deberá ser $R_2 = 61{,}5$ kΩ. Podríamos tomar 61,2 kΩ (±0,1 %) o bien poner en serie 59 kΩ y 2,49 kΩ (±1 %).

Comentarios:

1. Para tener los cuatro amplificadores operacionales apareados, elegiríamos un amplificador operacional cuádruple (cuatro amplificadores en el mismo circuito integrado).
2. Un amplificador de instrumentación convencional basado en tres amplificadores operacionales (e incluso uno basado en dos) hubiese permitido obtener también una salida asimétrica.
3. La tensión de salida de los reguladores de tensión no tiene la estabilidad necesaria para las aplicaciones de alta precisión.

Problema 2.2.W9 Se dispone de una célula de carga basada en un puente completo de galgas extensométricas de 120 Ω, alimentado por una tensión de 20 V, 1 kHz, puesta a masa. La salida del puente se conecta a un amplificador diferencial de ganancia 1000, cuya impedancia de entrada en modo diferencial es muy grande, mientras que la impedancia en modo común es de 1 MΩ (±1 %) en paralelo con 100 pF (±5 %). ¿Cuál es la máxima tensión en modo diferencial a la entrada del amplificador debida a la tensión de alimentación del puente cuando éste está equilibrado? Si el amplificador tiene CMRR = 100 dB, ¿cuál será la tensión a su salida?

Palabras clave: *rechazo del modo común, desequilibrio de la impedancia de entrada, CMRR.*

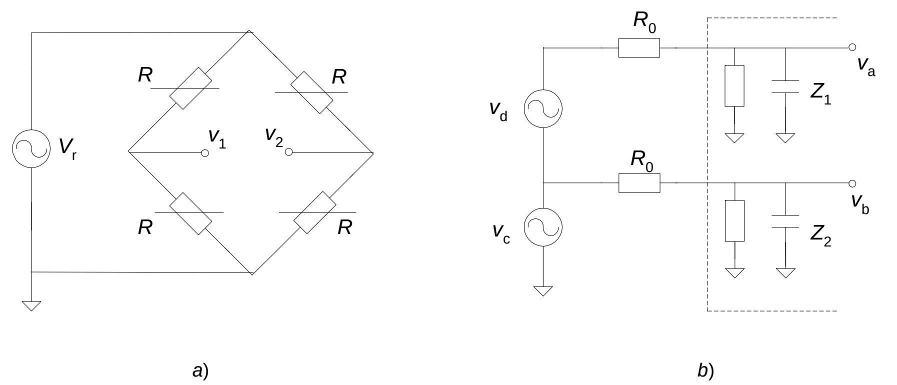

Figura 2.W7 Puente con cuatro galgas extensométricas y circuito equivalente al conectarlo a un amplificador diferencial que tiene alta impedancia de entrada en modo diferencial pero impedancia de entrada en modo común desequilibrada.

La figura 2.W7 muestra el puente con las cuatro galgas y su circuito equivalente. Cuando el puente está equilibrado tenemos $R_0 = 120\ \Omega$, $v_d = 0$ y $v_c = 10$ V. La tensión en modo común a la salida del puente (v_c) dará una tensión diferencial a la entrada del amplificador porque Z_1 y Z_2 no son idénticas. Tendremos, pues,

$$\left.(V_a - V_b)\right|_{v_c} = V_c\left(\frac{Z_1}{R_0+Z_1} - \frac{Z_2}{R_0+Z_2}\right) = V_c\frac{R_0(Z_1-Z_2)}{(R_0+Z_1)(R_0+Z_2)}$$

Dado que tanto Z_1 como Z_2 son la combinación en paralelo de una resistencia y de un condensador, su diferencia la podemos escribir como

$$Z_1 - Z_2 = \frac{R_1 - R_2 + j\omega R_1R_2(C_2 - C_1)}{(1+j\omega R_1C_1)(1+j\omega R_2C_2)}$$

A 1 kHz, los valores de Z_1 y Z_2 son

$$Z_1 \cong Z_2 = \frac{10^6}{\sqrt{1+\left(2\pi\times 10^3\times 10^6\times 10^{-10}\right)^2}} \cong 850\ \text{k}\Omega$$

Dado que esta impedancia es mucho mayor que $120\ \Omega$, la tensión debida al desequilibrio de la impedancia de entrada en modo común será

$$\left.(V_a - V_b)\right|_{v_c} \cong V_c\frac{R_0}{Z_1Z_2}(Z_1 - Z_2) = V_c\frac{R_0}{R_1R_2}\left[R_1 - R_2 + j\omega(C_2 - C_1)\right]$$

El caso más desfavorable será cuando R_1 sea mayor que R_2 y C_2 sea mayor que C_1. Entonces,

$$\left.(V_a - V_b)\right|_{v_c} \cong V_c\frac{120}{10^6 10^6}\left[(1{,}01-0{,}99)\times 10^6 + j2\pi\times 10^3\times\left(1{,}01\times 10^6\right)\left(0{,}99\times 10^6\right)(105-95)\times 10^{-12}\right]$$

$$\left.(V_a - V_b)\right|_{v_c} \cong (10\ \text{V})\frac{120}{10^6 10^6}\left[2\times 10^4 + j2\pi\times 10^4\right]$$

$$\left|V_a - V_b\right| = (10\ \text{V})\frac{120}{10^8}\sqrt{4+4\pi^2} = 79\ \mu\text{V}$$

Esta tensión diferencial multiplicada por la ganancia del amplificador dará una tensión de salida. La tensión de modo común a la entrada del amplificador multiplicada por la ganancia en modo común dará también una tensión a la salida. Así pues,

$$\left.V_o\right|_{v_c} = G_d(V_a - V_b) + G_c\frac{V_a+V_b}{2} = G_d\left(V_a - V_b + \frac{(V_a+V_b)/2}{\text{CMRR}}\right)$$

Dado que Z_1, Z_2 >> $120\ \Omega$, la tensión de modo común a la entrada del amplificador es prácticamente v_c. La salida será

$$V_o\big|_{v_c} = 1000\left[(24\ \mu V)(1+j\pi) + \frac{10\ V}{10^{100/20}}\right] = 1000(124 + j24\pi)\ \mu V$$

$$\left|V_o\right|_{v_c} = 145\ \text{mV}$$

$$\arg V_o = \arctan\frac{24\pi}{124} = 31°$$

La tensión de salida debida a la tensión en modo común tiene una amplitud de 145 mV y está desfasada 31° con respecto a ella.

Comentarios:

1. El CMRR efectivo depende tanto del CMRR del amplificador solo como del desequilibrio de la impedancia de entrada en modo común.

2. El CMRR del amplificador a 1 kHz puede tener una fase distinta de cero (positiva o negativa, porque se trata del cociente entre dos funciones de transferencia).