Capítulo 3

Nota: Las ecuaciones, figuras y problemas citados en el desarrollo de los problemas de este capítulo que no contengan "W" en su referencia corresponden al libro impreso.

Problema 3.2.W1 El sensor capacitivo diferencial de la figura 3.W1a permite medir desplazamientos de hasta 50 mm. Consiste en un electrodo metálico centrado (dibujado a trazos) que desliza entre dos placas de circuito impreso paralelas. Una de las placas es una superficie rectangular metálica (que se ha dibujado aparte para mayor claridad) mientras que la otra placa consta de dos trapecios metálicos. La figura 3.W1b muestra una vista lateral del sensor desde la izquierda. Si se desprecia el efecto de la separación entre las dos superficies trapeciales y los efectos de bordes en todos los condensadores, ¿cuál es la expresión de la capacidad de cada uno de los tres condensadores que constituyen el sensor en función de los parámetros indicados en la figura 3.W1? Si se ignora la presencia de R, ¿cuál es la expresión de la tensión de salida del circuito de la figura 3.W2, en función del desplazamiento del cursor, cuando el divisor de tensión formado por C_1 y C_2 se alimenta con dos tensiones cuadradas en contrafase? Si el sensor tiene L = 110 mm, a = 8 mm, h = 10 mm, d = 0,5 mm, q = 1 mm, el dieléctrico es aire y el circuito se alimenta con una tensión cuadrada de 10 V de pico, ¿cuánto deben valer R, C_4 y la frecuencia de alimentación para que a un margen de entrada de – 50 mm a + 50 mm le corresponda un margen de salida de +1 V a – 1 V (valores de pico), sin que la señal cuadrada de salida esté excesivamente distorsionada por un ancho de banda insuficiente o por la velocidad de salida (*slew rate*) del amplificador operacional?

Palabras clave: *sensor capacitivo diferencial, divisor de tensión, amplificador de alterna.*

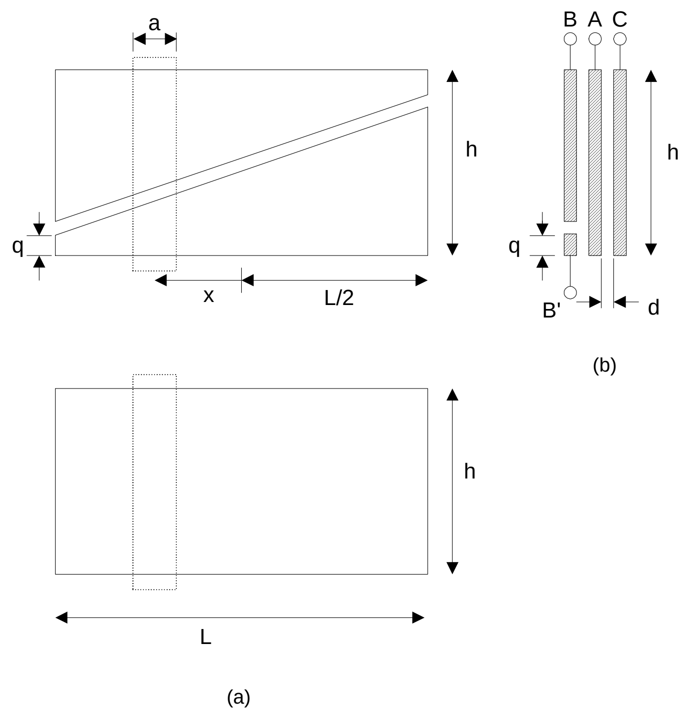

Figura 3.W1 Sensor capacitivo diferencial basado en el deslizamiento de una placa entre otras dos placas paralelas, una rectangular y otras dos (coplanarias) trapeciales

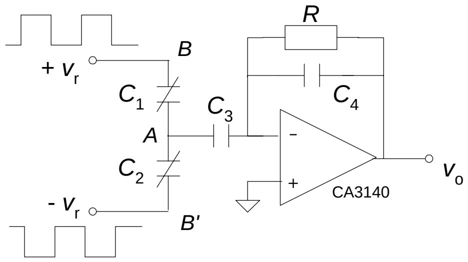

Figura 3.W2 Interfaz para el sensor capacitivo diferencial de la figura 3.W1

El cursor deslizante forma tres condensadores con las placas fijas. El área de los dos condensadores formados con cada una de las superficies trapeciales varía según la posición del cursor. En cambio, el área del condensador formado con la placa rectangular es constante. Si se calculan dichas áreas, con la terminología de la figura 3.W1 obtenemos

$$C_1 = \varepsilon_0 \frac{a}{d}\left[\frac{h}{2} + \frac{x}{L}(h - 2q)\right]$$
$$C_2 = \varepsilon_0 \frac{a}{d}\left[\frac{h}{2} - \frac{x}{L}(h - 2q)\right]$$
$$C_3 = \varepsilon_0 \frac{ah}{d}$$

Obsérvese que se cumple $C_1 + C_2 = C_3$ y que para x = 0, $C_1 = C_2$.

Si inicialmente se prescinde de *R*, la tensión de salida del circuito de la figura 3.W2 es

$$v_o = v_A \frac{C_3}{C_4}$$

donde v_A es la tensión en la placa deslizante, que se puede calcular analizando el divisor de tensión

$$\frac{V_r - V_A}{1/sC_1} = \frac{V_A}{1/sC_3} + \frac{V_r + V_A}{1/sC_2}$$
$$V_A = V_r \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2 + C_3}$$

Si se sustituye v_A y se emplea la expresión de cada condensador resulta, finalmente,

$$v_o = -v_r \frac{C_1 - C_2}{2C_4} = -v_r \frac{\varepsilon_0 a}{d}(h - 2q)\frac{x}{L}\frac{1}{C_4}$$

La salida es, pues, independiente de C_3. Para obtener una tensión de fondo de escala de 1 V, debe cumplirse la condición

$$(10\ \text{V})\varepsilon_0 \frac{a}{d}\frac{h-2q}{L}x_{\text{máx}}\frac{1}{C_4} = 1\ \text{V}$$

que, teniendo en cuenta las dimensiones del sensor, lleva a

$$C_4 = 10 \times (8{,}85\ \text{pF/m}) \times \frac{8\ \text{mm}}{0{,}5\ \text{mm}} \times \frac{10\ \text{mm} - 2\times 1\ \text{mm}}{110\ \text{mm}} \times (50\ \text{mm}) = 5\ \text{pF}$$

Dado que tanto la velocidad de salida del amplificador operacional como la ganancia en lazo abierto están limitadas, la forma de la tensión de salida no podrá ser perfectamente cuadrada. Ahora bien, según cuál sea el método de detección posterior, la forma de onda puede tener poca importancia. Para una tensión sinusoidal de valor de pico Vp, la frecuencia límite impuesta por una velocidad SR (*slew rate*) es

$$f < \frac{\text{SR}}{2\pi V_\text{p}}$$

Por otra parte, el desarrollo en series de Fourier de una señal cuadrada simétrica de valor de pico 1 V y frecuencia f, contiene los armónicos impares con amplitudes respectivas $4/\pi$, $4/3\pi$, $4/5\pi$, etc. Resulta, pues, que el producto amplitud por frecuencia es constante. Es decir, que cada armónico está sujeto al mismo límite de velocidad. Si la amplitud de la cuadrada es V_r = 1 V, tendremos que la frecuencia máxima deberá cumplir

$$f < \frac{\text{SR}}{2\pi V_\text{p}} = \frac{9\ \text{V/µs}}{2\pi \times \dfrac{4}{\pi} \times 1\ \text{V}} = 1{,}125\ \text{MHz}$$

No obstante, dado que la ganancia en lazo abierto también está limitada, deberíamos elegir una frecuencia mucho menor. A 10 kHz, por ejemplo, el CA3140 tiene una ganancia en lazo abierto de 50 dB, de manera que puede ser una frecuencia adecuada. Entonces, para que R no distorsione imponemos como criterio que su impedancia sea 10 veces mayor que la de C_4 a 10 kHz. Resulta así R > 33 MΩ, que aún permite la polarización del amplificador.

Comentarios:

1. Para calcular la tensión de salida del divisor de tensión formado por los dos condensadores variables hay que tener en cuenta la presencia de C_3, porque no se trata de un divisor de tensión conectado a una alta impedancia.
2. El límite del producto amplitud por frecuencia impuesto por la limitada velocidad del amplificador operacional se refiere a su tensión de salida aunque, como sucede en este problema, la tensión de entrada sea mayor que la de salida.

Problema 3.2.W2 Se desea medir una temperatura próxima a 100 °C con una resolución de 0,01 °C. Se emplea para ello una Pt100 que presenta 100 Ω y α_0 = 0,4 %/K a 0 °C, dispuesta en el circuito de la figura 3.W3. Si el puente se ajusta a cero cuando T = 100 °C, ¿cuánto vale su tensión de salida, en función de la tensión a la que se alimenta, cuando T = 100,01 °C? Si el coeficiente de disipación térmica de la sonda de platino es δ = 100 mW/K y se desea que el efecto del autocalentamiento sea inferior a 0,001 °C, ¿cuál es el valor de pico permitido para la tensión de alimentación del puente? Si se desea obtener una salida de 10 mV cuando T = 100,01 °C y el filtro de salida se considera ideal, ¿cuál debe ser la ganancia de la etapa amplificadora conectada al puente? Si interesa medir cambios de temperatura de frecuencia inferior a 1 Hz, ¿cuáles deben ser los valores de R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, C_1 y C_2?

Palabras clave: *puente de alterna, detección coherente, amplificador de portadora, medida de temperatura.*

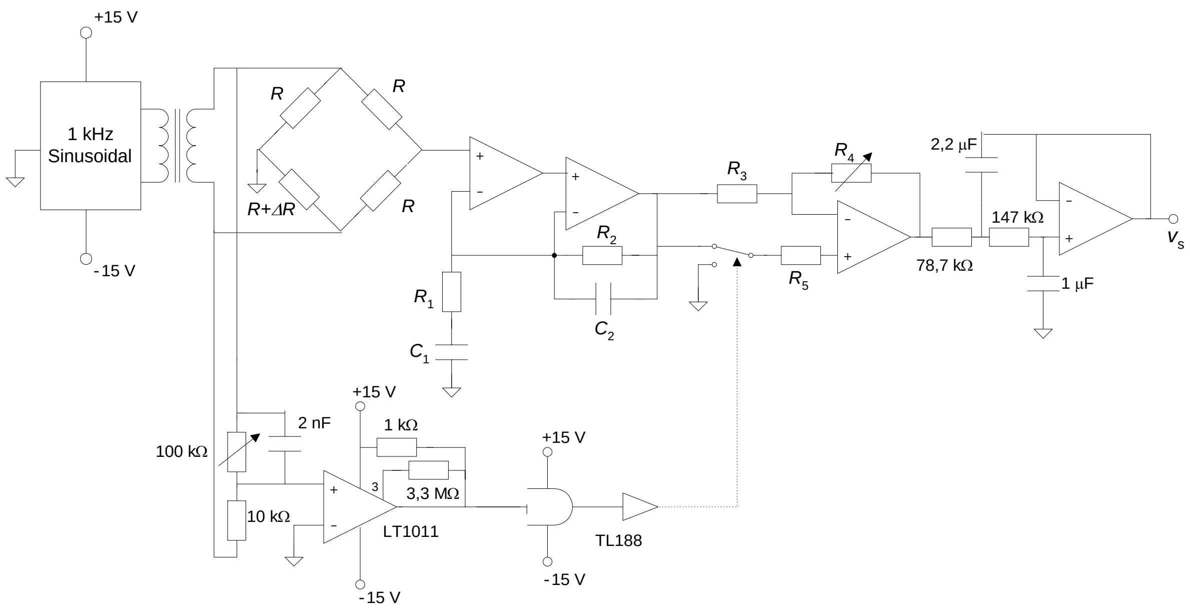

Figura 3.W3 Puente de alterna conectado a un amplificador de portadora con detección coherente para medidas de alta resolución

En la figura 3.W3 se identifican fácilmente el amplificador (compuesto) conectado a la salida del puente, el amplificador de ganancia conmutada (+1/–1), cuya señal de control se obtiene desfasando la tensión de alimentación del puente, y el filtro de paso bajo de salida, basado en un amplificador *chopper* que necesita dos condensadores externos y acepta una tensión de alimentación máxima del orden de 15 V. La tensión de salida del puente será

$$v_1 = v_o\left(\frac{1}{2} - \frac{R+\Delta R}{2R+\Delta R}\right) = -v_o\,\frac{\Delta R}{2(2R+\Delta R)}$$

y la resistencia del sensor la podemos expresar como

$$R+\Delta R = R_{T_0}\left[1+\alpha_{T_0}\left(T-T_0\right)\right] = R_0\left[1+\alpha_0\left(T-0\ \text{°C}\right)\right]$$
$$R_{T_0} = R_0\left[1+\alpha_0\left(T_0-0\ \text{°C}\right)\right]$$

donde R = 100 Ω y α_0 = 0,004/K. De aquí se puede deducir el coeficiente de temperatura a cualquier temperatura de referencia. Dado que nos interesa tener una salida nula a 100 °C, tomaremos T_0 = 100 °C. En este caso, R_{100} = 140 Ω y α_{100} = 0,00286/K. La tensión de salida del puente cuando T = 100,01 °C será

$$v_1 = -v_\text{o}\frac{\alpha_{T_0}\left(T-100\right)}{2\left[2+\alpha_{T_0}\left(T-100\right)\right]} = -v_\text{o}\times 7{,}14\times 10^{-6}$$

El límite impuesto al autocalentamiento significa que la RTD no debe disipar más de 0,1 mW. Dado que su resistencia es prácticamente de 140 Ω, la corriente máxima permitida es

$$I = \sqrt{\frac{0{,}1\times 10^{-3}\ \text{W}}{140\ \Omega}} = 0{,}845\ \text{mA}$$

El valor eficaz máximo de la tensión de alimentación del puente será

$$V_\text{o}\left(\text{rms}\right) = 2\times I\times R = 2\times\left(0{,}845\ \text{mA}\right)\times\left(140\ \Omega\right) = 237\ \text{mV}$$

y el valor de pico

$$V_\text{o}\left(\text{pico}\right) = \sqrt{2}V_\text{o}\left(\text{rms}\right) = 335\ \text{mV}$$

El amplificador conectado al puente tiene que permitir el paso de la frecuencia portadora (1 kHz). C_1 y C_2 limitan la respuesta en las bandas laterales. El análisis del circuito muestra que los dos amplificadores operacionales conectados en cascada constituyen un amplificador no inversor de ganancia G = 1 + R_2/R_1. La ganancia del conjunto formado por el detector (rectificador) y filtro de paso bajo es

$$V_\text{s} = \frac{V_2\left(\text{pico}\right)/\text{FC}}{\text{FF}} = \frac{V_2\left(\text{pico}\right)/\sqrt{2}}{\pi\sqrt{2}/4} = \frac{2}{\pi}V_2\left(\text{pico}\right)$$

Para obtener 10 mV a la salida para T = 100,01 °C, cuando el puente está alimentado a 335 mV, deberá cumplirse

$$10\ \text{mV} = \frac{2}{\pi}\times G\times\left(335\ \text{mV}\right)\times 7{,}14\times 10^{-6}$$

que lleva a G = 6567. Dado que sería difícil conseguir esta ganancia tan grande mediante un solo amplificador operacional, se emplean dos operacionales con una red de retroacción común. Si elegimos R_2 = 10 MΩ, necesitamos R_1 = 1523 Ω. Dado que la tensión de salida depende tanto de la relación entre estas dos resistencias como de la tensión de alimentación del puente, podríamos elegir R_1 = 1500 Ω y reducir un poco v_o. Para no atenuar la frecuencia portadora, C_1 deberá ser suficientemente grande. Podemos elegir su valor de forma que su impedancia a la frecuencia de trabajo sea 10 veces menor que la de R_1. En este caso necesitamos C_1 = 1 µF. Para que C_2 limite la respuesta a altas frecuencias, podemos elegirlo de forma que su impedancia sea 10 veces mayor que la de R_2 a la frecuencia de trabajo (1 kHz). Necesitamos C_2 = 1,5 pF, lo que significa que puede suceder que la capacidad parásita del montaje limite ya la respuesta. En el amplificador de ganancia conmutada podemos elegir, por ejemplo, R_3 = R_4 = 1 kΩ. R_5 sirve para que los dos terminales de entrada del amplificador operacional vean la misma resistencia. Deberá ser, pues, R_5 = 500 Ω.

Comentarios:

1. Obsérvese que los condensadores que determinan la banda pasante del amplificador de alterna hay que diseñarlos de manera que pase bien la portadora de 1 kHz. No hay que diseñarlos en función de la banda pasante deseada para la temperatura. Es el filtro de salida el que debe tener una banda pasante de 1 Hz.
2. En el demodulador es esencial tener R_3 = R_4, de modo que puede ser conveniente que R_4 sea ajustable, tal como se ha indicado.

Problema 3.2.W3 Un determinado transformador diferencial para medir desplazamientos de hasta ±50 mm, ofrece una tensión de 250 mV eficaces a fondo de escala (núcleo en un extremo) cuando se excita con una tensión sinusoidal de 2 kHz y 5 V eficaces. A 2 kHz el módulo de la impedancia del primario es de 3500 Ω y su fase +71°. Se desea aplicar dicho sensor en un sistema donde se alimenta con una tensión sinusoidal de 20 kHz y 12 V de pico, y la salida del sensor se acondiciona con el circuito de la figura 3.W4. Si el modelo para la impedancia del primario a 20 kHz es el mismo que a 2 kHz, ¿cuál es el valor eficaz de la tensión de salida del sensor a fondo de escala? ¿Cuál debe ser el valor de las resistencias y los condensadores del circuito para obtener una excitación sinusoidal de 20 kHz, y para que la salida del circuito a fondo de escala sea de 12 V de pico? ¿Cuál debe ser entonces la velocidad de salida (*slew rate*) mínima de los amplificadores operacionales, supuestos todos iguales, para no tener distorsión?

Palabras clave: *LVDT, sensibilidad, puente de Wien, amplificador de instrumentación, slew rate.*

Dado que la impedancia de entrada del amplificador de instrumentación es muy elevada, podemos suponer que los secundarios del LVDT están en vacío. Según el problema 3.2.5 (en el libro impreso), en este caso la sensibilidad es

$$S = \frac{|E_o/E_1|}{x} = \frac{2\pi f k_x}{\sqrt{R_1^2 + (2\pi f L_1)^2}}$$

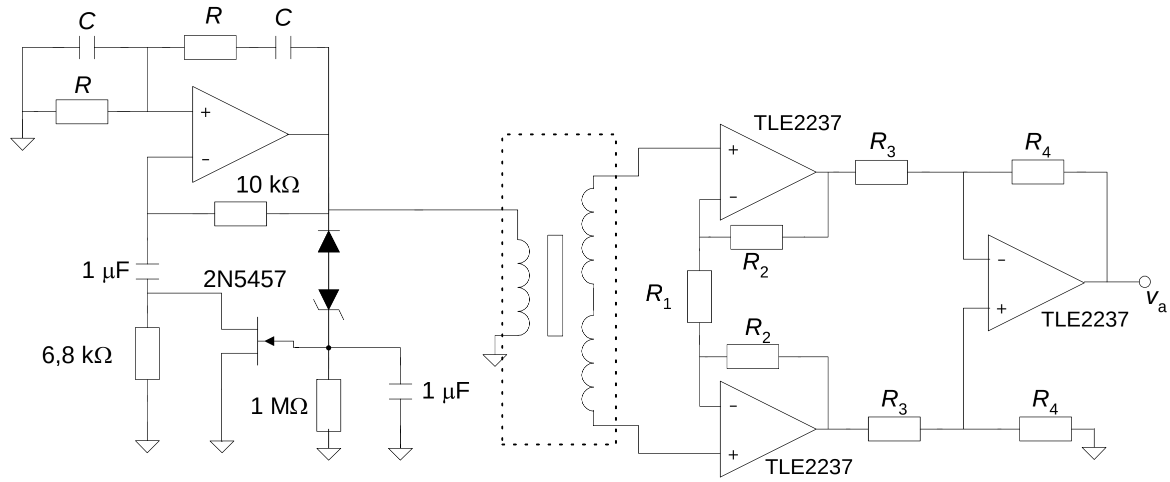

Figura 3.W4 LVDT excitado por un puente de Wien y conectado a un amplificador de instrumentación

La resistencia e inductancia del primario se pueden obtener a partir de su módulo y fase:

$$Z_1 = R_1 + j2\pi f L_1$$
$$|Z_1| = \sqrt{R_1^2 + (2\pi f L_1)^2}$$
$$\arg Z_1 = \frac{2\pi f L_1}{R_1}$$

Con los datos a 2 kHz obtenemos R_1 = 1141 Ω y L_1 = 0,26 H. El valor de la tensión a fondo de escala permite calcular k_x:

$$k_x = \frac{0{,}25\ \text{V}}{50\ \text{mm}} \frac{3500\ \Omega}{(5\ \text{V})(2\pi \times 20\ \text{kHz})} = 0{,}279\ \Omega\text{s}/(\text{m} \times \text{rad})$$

A 20 kHz la impedancia del primario será

$$|Z_1| = \sqrt{(1141\ \Omega)^2 + [2\pi(20\ \text{kHz})(0{,}26\ \text{H})]^2} = 33\ \text{k}\Omega$$

Según la ecuación (3.1), al excitar con 12 V a 20 kHz, el valor de pico de la tensión de salida será

$$E_\text{o} = \frac{2\pi(20\ \text{kHz})(12\ \text{V})}{33\ \text{k}\Omega} \frac{0{,}279\ \Omega}{1\ \text{m} \times (\text{rad/s})}(50\ \text{mm}) = 637\ \text{mV}$$

La tensión eficaz a fondo de escala será (637 mV/√2) = 451 mV.

La frecuencia de oscilación del puente de Wien es $f = 1/(2\pi RC)$. Si elegimos C = 1 nF, para que la oscilación sea a 20 kHz, deberá ser R = 7958 Ω. Con R = 8,06 kΩ (±1 %), la frecuencia sería 19.746 Hz, que es suficientemente próxima a 20 kHz. Para tener 12 V a fondo de escala, la ganancia necesaria en el amplificador de instrumentación es G = (12 V)/(637 mV) = 18,8. No es una ganancia muy elevada, pero el circuito trabaja a 20 kHz, de modo que es prudente repartir la ganancia entre las dos etapas del amplificador de instrumentación, por ejemplo 5 y 3,77. Podríamos elegir, por ejemplo, $R_1 = R_3 = 10\ \text{k}\Omega$, y entonces necesitamos $R_2 = 20\ \text{k}\Omega$ y $R_4 = 37{,}7\ \text{k}\Omega$. Tomaríamos resistencias con tolerancia ±1 %, con $R_4 = 37{,}4\ \text{k}\Omega$.

Los amplificadores operacionales con mayor tensión de salida son el que está en el oscilador de puente de Wien y el de salida. Para tener 12 V de salida a 20 kHz, su velocidad de subida mínima deberá ser

$$\text{SR} = 2\pi(20\ \text{kHz})(12\ \text{V}) = 1{,}5\quad \text{V}/\mu\text{s}$$

Comentarios:

1. Los valores de resistencia e inductancia de los devanados no se mantienen estrictamente constantes con la frecuencia sino que dependen de ésta.
2. La inclusión de un condensador en serie con R_1 permitiría reducir la ganancia a bajas frecuencias, por ejemplo para atenuar interferencias de la red eléctrica.

Problema 3.2.W4 El circuito de la figura 3.W5 es un rectificador de onda completa de alta velocidad y salida diferencial. ¿Cómo deben estar apareadas las resistencias?

Palabras clave: *rectificador, CFA.*

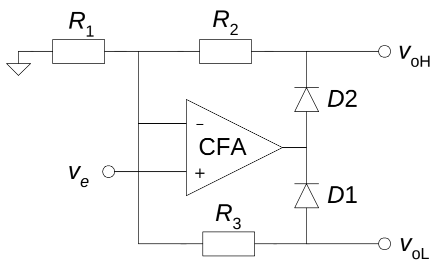

Figura 3.W5 Rectificador de onda completa basado en un CFA para aceptar señales de alta velocidad

Cuando la entrada es positiva, la salida del CFA es positiva, D1 está cortado y D2 conduce. Por lo tanto

$$v_{\text{oL}} = v_{\text{e}}$$
$$v_{\text{oH}} = v_{\text{e}}\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

y la salida diferencial será

$$v_{\text{oH}} - v_{\text{oL}} = v_{\text{e}}\frac{R_2}{R_1}$$

Cuando la entrada es negativa, la salida del CFA es negativa también, de modo que D1 conduce y D2 está cortado. Tenemos, pues,

$$v_{\mathrm{oH}} = v_{\mathrm{e}}$$
$$v_{\mathrm{oL}} = v_{\mathrm{e}}\left(1+\frac{R_3}{R_1}\right)$$

y la salida diferencial será

$$v_{\mathrm{oH}} - v_{\mathrm{oL}} = v_{\mathrm{e}}\frac{R_3}{R_1}$$

Para que la ganancia correspondiente al semiciclo positivo de la señal de entrada sea igual a la ganancia para el semiciclo negativo, deberá ser $R_2 = R_3$.

Comentarios:

1. Este circuito también se puede aplicar utilizando un VFA, pero los VFA comunes tiene un ancho de banda y una velocidad de salida (*slew rate*) mucho menores que los CFA comunes.
2. La resistencia dinámica de los diodos queda dentro de los lazos de retroacción del CFA, de manera que reducirán la ganancia máxima disponible por cuanto la transimpedancia del CFA no es infinita. Sin embargo, las tensiones de salida dependen sólo del cociente entre resistencias.