

# Lección 2.1: Diseño con un factor

**Alfaomega**

Alfaomega-UAQro CIMAT

2016

- 1 Presentación
- 2 Contenido general de la lección 2.1
  - Ejemplo
- 3 Diseño experimental y su aleatorización
  - Caso 1
  - Caso 2
- 4 Procedimiento del análisis de la varianza
- 5 Análisis de Varianza de los resultados experimentales
- 6 Análisis de residuales
- 7 Diferentes esquemas del diseño experimental
  - Ejemplo
- 8 Diseño en bloques
- 9 Diseño de cuadrado latino

- 1 Se presentará el caso del diseño de un sensor para disminuir el tiempo de paro en el sistema de un refrigerador.
  - Se describe la estrategia para aleatorizar las unidades experimentales UE.
  - Como un modelo de solución, se realiza el análisis estadístico de los resultados experimentales.
- 2 El procedimiento del ejemplo anterior se puede repetir en estudios o investigaciones en medicina, biología, sicología entre otras áreas. Desde luego, se debe considerar el contexto, objetivos, el problema y las unidades experimentales del caso de estudio.
- 3 Se recomienda presentar esta lección en varias partes. Se anexan los diseños en bloques y cuadrado latino.

- 1 Se presentará el caso del diseño de un sensor para disminuir el tiempo de paro en el sistema de un refrigerador.
  - Se describe la estrategia para aleatorizar las unidades experimentales UE.
  - Como un modelo de solución, se realiza el análisis estadístico de los resultados experimentales.
- 2 El procedimiento del ejemplo anterior se puede repetir en estudios o investigaciones en medicina, biología, sicología entre otras áreas. Desde luego, se debe considerar el contexto, objetivos, el problema y las unidades experimentales del caso de estudio.
- 3 Se recomienda presentar esta lección en varias partes. Se anexan los diseños en bloques y cuadrado latino.

- 1 Se presentará el caso del diseño de un sensor para disminuir el tiempo de paro en el sistema de un refrigerador.
  - Se describe la estrategia para aleatorizar las unidades experimentales UE.
  - Como un modelo de solución, se realiza el análisis estadístico de los resultados experimentales.
- 2 El procedimiento del ejemplo anterior se puede repetir en estudios o investigaciones en medicina, biología, sicología entre otras áreas. Desde luego, se debe considerar el contexto, objetivos, el problema y las unidades experimentales del caso de estudio.
- 3 Se recomienda presentar esta lección en varias partes. Se anexan los diseños en bloques y cuadrado latino.

- 1 Se presentará el caso del diseño de un sensor para disminuir el tiempo de paro en el sistema de un refrigerador.
  - Se describe la estrategia para aleatorizar las unidades experimentales UE.
  - Como un modelo de solución, se realiza el análisis estadístico de los resultados experimentales.
- 2 El procedimiento del ejemplo anterior se puede repetir en estudios o investigaciones en medicina, biología, sicología entre otras áreas. Desde luego, se debe considerar el contexto, objetivos, el problema y las unidades experimentales del caso de estudio.
- 3 Se recomienda presentar esta lección en varias partes. Se anexan los diseños en bloques y cuadrado latino.

- 1 Se presentará el caso del diseño de un sensor para disminuir el tiempo de paro en el sistema de un refrigerador.
  - Se describe la estrategia para aleatorizar las unidades experimentales UE.
  - Como un modelo de solución, se realiza el análisis estadístico de los resultados experimentales.
- 2 El procedimiento del ejemplo anterior se puede repetir en estudios o investigaciones en medicina, biología, sicología entre otras áreas. Desde luego, se debe considerar el contexto, objetivos, el problema y las unidades experimentales del caso de estudio.
- 3 Se recomienda presentar esta lección en varias partes. Se anexan los diseños en bloques y cuadrado latino.

- 1 Se anexa el manual (owANOVA-manual.pdf) que describe el uso de un paquete estadístico para el análisis de la varianza del diseño de un factor. Éste está elaborado en lenguaje R.
- 2 En la Lección 2.3 se muestran lineamientos en R para analizar este tipo de diseño. Ahí se presentan las soluciones algunos ejercicios o para otros ejemplos.
- 3 A partir de los prototipos o los diferentes materiales expuestos en las lecciones 1.4 y 2.4, se pueden simular diferentes situaciones para planear y realizar el diseño experimental y luego analizar los resultados.



- 4 Nota: Esta lección la puede ver con la pantalla completa, si oprime las teclas Ctrl-L a la vez.

- 1 Se anexa el manual (owANOVA-manual.pdf) que describe el uso de un paquete estadístico para el análisis de la varianza del diseño de un factor. Éste está elaborado en lenguaje R.
- 2 En la Lección 2.3 se muestran lineamientos en R para analizar este tipo de diseño. Ahí se presentan las soluciones algunos ejercicios o para otros ejemplos.
- 3 A partir de los prototipos o los diferentes materiales expuestos en las lecciones 1.4 y 2.4, se pueden simular diferentes situaciones para planear y realizar el diseño experimental y luego analizar los resultados.



- 4 Nota: Esta lección la puede ver con la pantalla completa, si oprime las teclas Ctrl-L a la vez.

- 1 Se anexa el manual (owANOVA-manual.pdf) que describe el uso de un paquete estadístico para el análisis de la varianza del diseño de un factor. Éste está elaborado en lenguaje R.
- 2 En la Lección 2.3 se muestran lineamientos en R para analizar este tipo de diseño. Ahí se presentan las soluciones algunos ejercicios o para otros ejemplos.
- 3 A partir de los prototipos o los diferentes materiales expuestos en las lecciones 1.4 y 2.4, se pueden simular diferentes situaciones para planear y realizar el diseño experimental y luego analizar los resultados.



- 4 Nota: Esta lección la puede ver con la pantalla completa, si oprime las teclas Ctrl-L a la vez.

- 1 Se anexa el manual (owANOVA-manual.pdf) que describe el uso de un paquete estadístico para el análisis de la varianza del diseño de un factor. Éste está elaborado en lenguaje R.
- 2 En la Lección 2.3 se muestran lineamientos en R para analizar este tipo de diseño. Ahí se presentan las soluciones algunos ejercicios o para otros ejemplos.
- 3 A partir de los prototipos o los diferentes materiales expuestos en las lecciones 1.4 y 2.4, se pueden simular diferentes situaciones para planear y realizar el diseño experimental y luego analizar los resultados.



- 4 Nota: Esta lección la puede ver con la pantalla completa, si oprime las teclas Ctrl-L a la vez.

# Diseño de experimentos para un factor

Cuando un experimentador tiene por objetivo comparar dos o más procedimientos, métodos, componentes, sistemas.

Los diseños para un factor son los apropiados

En la función de la aleatorización se tendrá la estructura de tratamiento o diseño.



# Diseño de experimentos para un factor

Cuando un experimentador tiene por objetivo comparar dos o más procedimientos, métodos, componentes, sistemas.

Los diseños para un factor son los apropiados

En la función de la aleatorización se tendrá la estructura de tratamiento o diseño.



# Diseño de experimentos para un factor

Cuando un experimentador tiene por objetivo comparar dos o más procedimientos, métodos, componentes, sistemas.

Los diseños para un factor son los apropiados

En la función de la aleatorización se tendrá la estructura de **tratamiento** o **diseño**.



# Ejemplo

Se proponen cuatro diferentes tipos de sensores para controlar la temperatura de los refrigeradores.

Se desea establecer cuál de estos sensores hacen que un refrigerador haga el tiempo de paro en el menor tiempo y que las condiciones de enfriamiento sean las mismas en todos los casos.

Se preparan los refrigeradores para que todos operen bajo las mismas condiciones



# Ejemplo

Se proponen cuatro diferentes tipos de sensores para controlar la temperatura de los refrigeradores.

Se desea establecer cuál de estos sensores hacen que un refrigerador haga el tiempo de paro en el menor tiempo y que las condiciones de enfriamiento sean las mismas en todos los casos.

Se preparan los refrigeradores para que todos operen bajo las mismas condiciones



# Ejemplo

Se proponen cuatro diferentes tipos de sensores para controlar la temperatura de los refrigeradores.

Se desea establecer cuál de estos sensores hacen que un refrigerador haga el tiempo de paro en el menor tiempo y que las condiciones de enfriamiento sean las mismas en todos los casos.

Se preparan los refrigeradores para que todos operen bajo las mismas condiciones



# Ejemplo

**Hipótesis de investigación.** Algunos sensores pueden reducir el tiempo de paro en los refrigeradores manteniendo idénticas condiciones de enfriamiento.

**Tratamientos.** Observe que el factor es el tipo de sensor, y cada uno de los cuatro sensores representa los niveles del factor. Estos niveles definen los tratamientos  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ , y  $S_4$ .

## Ejemplo

**Hipótesis de investigación.** Algunos sensores pueden reducir el tiempo de paro en los refrigeradores manteniendo idénticas condiciones de enfriamiento.

**Tratamientos.** Observe que el factor es el tipo de sensor, y cada uno de los cuatro sensores representa los niveles del factor. Estos niveles definen los tratamientos  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ , y  $S_4$ .

# Diseño experimental y su aleatorización

## Caso 1.

Se aleatorizan cuatro refrigeradores ( $R_1, R_2, R_3$  y  $R_4$ ) a los que se les asignará uno de los sensores. Por ejemplo:

$R_3$	$R_4$	$R_1$	$R_2$
$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$

la descripción de este desarrollo corresponde a la estructura de tratamiento. Si el procedimiento se repite dos veces, se tiene:

$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_1$
$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$

$R_4$	$R_1$	$R_2$	$R_3$
$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$

# Diseño experimental y su aleatorización

## Caso 1.

Se aleatorizan cuatro refrigeradores ( $R_1, R_2, R_3$  y  $R_4$ ) a los que se les asignará uno de los sensores. Por ejemplo:

$R_3$	$R_4$	$R_1$	$R_2$
$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$

la descripción de este desarrollo corresponde a la estructura de tratamiento. Si el procedimiento se repite dos veces, se tiene:

$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_1$
$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$

$R_4$	$R_1$	$R_2$	$R_3$
$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$

## Caso 1

La estructura del tratamiento queda como sigue:

Tratamiento	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
Repetición 1	$R_3$	$R_4$	$R_1$	$R_2$
Repetición 2	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_1$
Repetición 3	$R_4$	$R_1$	$R_2$	$R_3$

En función de las mediciones del tiempo de paro se tiene:

Tratamiento	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
Repetición 1	11	21	31	41
Repetición 2	12	22	32	42
Repetición 3	13	23	33	43

## Caso 1

La estructura del tratamiento queda como sigue:

Tratamiento	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
Repetición 1	$R_3$	$R_4$	$R_1$	$R_2$
Repetición 2	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_1$
Repetición 3	$R_4$	$R_1$	$R_2$	$R_3$

En función de las mediciones del tiempo de paro se tiene:

Tratamiento	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
Repetición 1	11	21	31	41
Repetición 2	12	22	32	42
Repetición 3	13	23	33	43

# Caso 1

- La repetición se realiza bajo las mismas condiciones, ésta se puede considerar como un factor de ruido.
- Como se verá más adelante esta restricción en la aleatorización da lugar al concepto de bloque.
- Este diseño experimental comprende tanto la estructura de tratamiento como la de diseño.

## Actividad

Escriba lo que observa de este procedimiento y proponga un ejemplo similar a su área de interés.

# Caso 1

- La repetición se realiza bajo las mismas condiciones, ésta se puede considerar como un factor de ruido.
- Como se verá más adelante esta restricción en la aleatorización da lugar al concepto de bloque.
- Este diseño experimental comprende tanto la estructura de tratamiento como la de diseño.

## Actividad

Escriba lo que observa de este procedimiento y proponga un ejemplo similar a su área de interés.

# Caso 1

- La repetición se realiza bajo las mismas condiciones, ésta se puede considerar como un factor de ruido.
- Como se verá más adelante esta restricción en la aleatorización da lugar al concepto de bloque.
- Este diseño experimental comprende tanto la estructura de tratamiento como la de diseño.

## Actividad

Escriba lo que observa de este procedimiento y proponga un ejemplo similar a su área de interés.

# Caso 1

- La repetición se realiza bajo las mismas condiciones, ésta se puede considerar como un factor de ruido.
- Como se verá más adelante esta restricción en la aleatorización da lugar al concepto de bloque.
- Este diseño experimental comprende tanto la estructura de tratamiento como la de diseño.

## Actividad

Escriba lo que observa de este procedimiento y proponga un ejemplo similar a su área de interés.

# Caso 1

- La repetición se realiza bajo las mismas condiciones, ésta se puede considerar como un factor de ruido.
- Como se verá más adelante esta restricción en la aleatorización da lugar al concepto de bloque.
- Este diseño experimental comprende tanto la estructura de tratamiento como la de diseño.

## Actividad

Escriba lo que observa de este procedimiento y proponga un ejemplo similar a su área de interés.

## Caso 2

### Caso 2

Los refrigeradores que se usan para el experimento son relativamente UE homogéneas.

Se cuenta con 12 refrigeradores y a continuación se ilustrará el procedimiento de aleatorización y asignación de las UE a los tratamientos.

- Numere del 1 al 12 las UE, los refrigeradores
- Aleatorice esos 12 números y escriba el orden en el que aparecen. Usando una tabla de números aleatorios, se tiene, por ejemplo, la siguiente secuencia aleatoria

7	12	6	5	3	1	11	4	8	2	9	10
---	----	---	---	---	---	----	---	---	---	---	----

## Caso 2

### Caso 2

Los refrigeradores que se usan para el experimento son relativamente UE homogéneas.

Se cuenta con 12 refrigeradores y a continuación se ilustrará el procedimiento de aleatorización y asignación de las UE a los tratamientos.

- Numere del 1 al 12 las UE, los refrigeradores
- Aleatorice esos 12 números y escriba el orden en el que aparecen .  
Usando una tabla de números aleatorios, se tiene, por ejemplo, la siguiente secuencia aleatoria

7	12	6	5	3	1	11	4	8	2	9	10
---	----	---	---	---	---	----	---	---	---	---	----

## Caso 2

### Caso 2

Los refrigeradores que se usan para el experimento son relativamente UE homogéneas.

Se cuenta con 12 refrigeradores y a continuación se ilustrará el procedimiento de aleatorización y asignación de las UE a los tratamientos.

- Numere del 1 al 12 las UE, los refrigeradores
- Aleatorice esos 12 números y escriba el orden en el que aparecen .  
Usando una tabla de números aleatorios, se tiene, por ejemplo, la siguiente secuencia aleatoria

7	12	6	5	3	1	11	4	8	2	9	10
---	----	---	---	---	---	----	---	---	---	---	----

## Caso 2

### Caso 2

Los refrigeradores que se usan para el experimento son relativamente UE homogéneas.

Se cuenta con 12 refrigeradores y a continuación se ilustrará el procedimiento de aleatorización y asignación de las UE a los tratamientos.

- Numere del 1 al 12 las UE, los refrigeradores
- Aleatorice esos 12 números y escriba el orden en el que aparecen .  
Usando una tabla de números aleatorios, se tiene, por ejemplo, la siguiente secuencia aleatoria

7	12	6	5	3	1	11	4	8	2	9	10
---	----	---	---	---	---	----	---	---	---	---	----

## Caso 2

### Caso 2

Los refrigeradores que se usan para el experimento son relativamente UE homogéneas.

Se cuenta con 12 refrigeradores y a continuación se ilustrará el procedimiento de aleatorización y asignación de las UE a los tratamientos.

- Numere del 1 al 12 las UE, los refrigeradores
- Aleatorice esos 12 números y escriba el orden en el que aparecen .  
Usando una tabla de números aleatorios, se tiene, por ejemplo, la siguiente secuencia aleatoria

7	12	6	5	3	1	11	4	8	2	9	10
---	----	---	---	---	---	----	---	---	---	---	----

## Caso 2

- Asigne los tres primeros refrigeradores de la lista aleatorizada al sensor 1. Luego, asigne los siguientes tres al sensor 2 y así sucesivamente. La asignación final queda como sigue:

7	12	6	5	3	1	11	4	8	2	9	10
$S_1$	$S_1$	$S_1$	$S_2$	$S_2$	$S_2$	$S_3$	$S_3$	$S_3$	$S_4$	$S_4$	$S_4$

Al procedimiento de aleatorización y asignación de la UE que se ha presentado se le conoce como **el diseño de experimentos completamente al azar**. Este solo comprende la estructura de diseño.

## Caso 2

- Asigne los tres primeros refrigeradores de la lista aleatorizada al sensor 1. Luego, asigne los siguientes tres al sensor 2 y así sucesivamente. La asignación final queda como sigue:

7	12	6	5	3	1	11	4	8	2	9	10
$S_1$	$S_1$	$S_1$	$S_2$	$S_2$	$S_2$	$S_3$	$S_3$	$S_3$	$S_4$	$S_4$	$S_4$

Al procedimiento de aleatorización y asignación de la UE que se ha presentado se le conoce como **el diseño de experimentos completamente al azar**. Este solo comprende la estructura de diseño.

## Caso 2

- Asigne los tres primeros refrigeradores de la lista aleatorizada al sensor 1. Luego, asigne los siguientes tres al sensor 2 y así sucesivamente. La asignación final queda como sigue:

7	12	6	5	3	1	11	4	8	2	9	10
$S_1$	$S_1$	$S_1$	$S_2$	$S_2$	$S_2$	$S_3$	$S_3$	$S_3$	$S_4$	$S_4$	$S_4$

Al procedimiento de aleatorización y asignación de la UE que se ha presentado se le conoce como **el diseño de experimentos completamente al azar**. Este solo comprende la estructura de diseño.

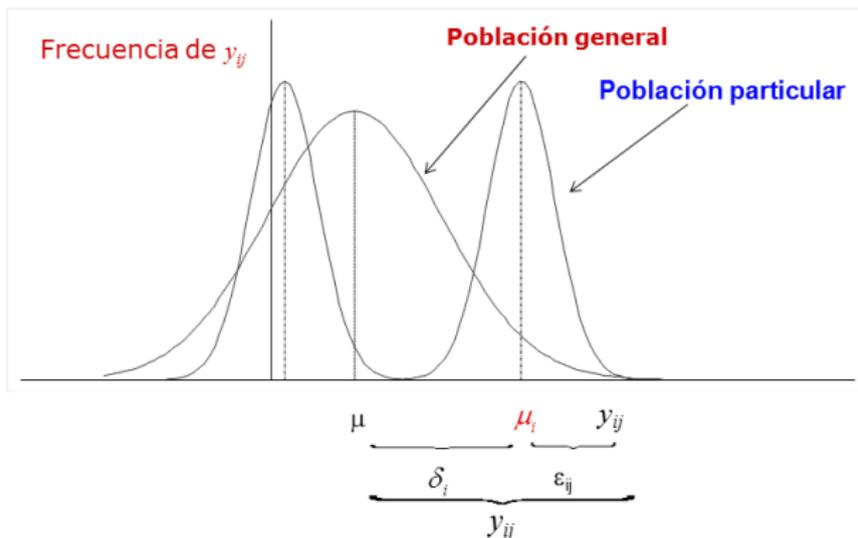
# Diseño completamente al azar

Se realiza el experimento y los resultados se presentan en una tabla como la que sigue:

Tratamiento	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
Repetición 1	11	21	31	41
Repetición 2	12	22	32	42
Repetición 3	13	23	33	43

# Descripción del modelo $y_{ij} = \mu + \delta_i + \epsilon_{ij}$

Gráfica que indica el efecto del  $i$ -ésimo tratamiento



El planteamiento hipotético, no hay efecto de los  $k$  tratamientos, si  
 $\delta_1 = \delta_2 = \dots = \delta_k = 0$

## Igual número de UE

- En este ejemplo el diseño tiene igual número de observaciones por tratamiento, en ese caso se dice que es **balanceado**.
- Si se tiene un diferente número de UE en cada tratamiento, el diseño es **desbalanceado**
- ¿Qué ventajas o desventajas puede presentar esta situación?
- El esquema experimental se puede emplear en estudios donde se realicen observaciones con el propósito de hacer comparaciones.

### Actividad

Dé algún ejemplo para un estudio comparativo mediante observaciones.

## Igual número de UE

- En este ejemplo el diseño tiene igual número de observaciones por tratamiento, en ese caso se dice que es **balanceado**.
- Si se tiene un diferente número de UE en cada tratamiento, el diseño es **desbalanceado**
- ¿Qué ventajas o desventajas puede presentar esta situación?
- El esquema experimental se puede emplear en estudios donde se realicen observaciones con el propósito de hacer comparaciones.

### Actividad

Dé algún ejemplo para un estudio comparativo mediante observaciones.

## Igual número de UE

- En este ejemplo el diseño tiene igual número de observaciones por tratamiento, en ese caso se dice que es **balanceado**.
- Si se tiene un diferente número de UE en cada tratamiento, el diseño es **desbalanceado**
- ¿Qué ventajas o desventajas puede presentar esta situación?
- El esquema experimental se puede emplear en estudios donde se realicen observaciones con el propósito de hacer comparaciones.

### Actividad

Dé algún ejemplo para un estudio comparativo mediante observaciones.

## Igual número de UE

- En este ejemplo el diseño tiene igual número de observaciones por tratamiento, en ese caso se dice que es **balanceado**.
- Si se tiene un diferente número de UE en cada tratamiento, el diseño es **desbalanceado**
- ¿Qué ventajas o desventajas puede presentar esta situación?
- El esquema experimental se puede emplear en estudios donde se realicen observaciones con el propósito de hacer comparaciones.

### Actividad

Dé algún ejemplo para un estudio comparativo mediante observaciones.

## Igual número de UE

- En este ejemplo el diseño tiene igual número de observaciones por tratamiento, en ese caso se dice que es **balanceado**.
- Si se tiene un diferente número de UE en cada tratamiento, el diseño es **desbalanceado**
- ¿Qué ventajas o desventajas puede presentar esta situación?
- El esquema experimental se puede emplear en estudios donde se realicen observaciones con el propósito de hacer comparaciones.

### Actividad

Dé algún ejemplo para un estudio comparativo mediante observaciones.

## Igual número de UE

- En este ejemplo el diseño tiene igual número de observaciones por tratamiento, en ese caso se dice que es **balanceado**.
- Si se tiene un diferente número de UE en cada tratamiento, el diseño es **desbalanceado**
- ¿Qué ventajas o desventajas puede presentar esta situación?
- El esquema experimental se puede emplear en estudios donde se realicen observaciones con el propósito de hacer comparaciones.

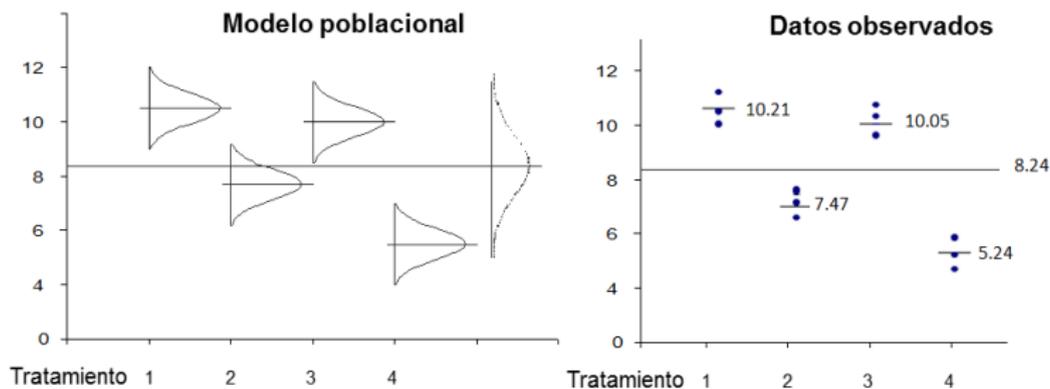
### Actividad

Dé algún ejemplo para un estudio comparativo mediante observaciones.

## Ejecución del experimento y resultados

Se realizó el experimento aplicando la estrategia del diseño completamente al azar y los resultados son los tiempos de paro de los refrigeradores, estos se pasaron de la notación sexagesimal a la decimal:

Tratamiento	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
Repetición 1	10.31	7.35	9.46	5.47
Repetición 2	9.26	7.59	10.45	5.22
Repetición 3	11.07	7.47	10.25	5.03

El modelo  $y_{ij} = \mu + \delta_i + \epsilon_{ij}$  y estimación medias y varianzas

	S1	S2	S3	S4
$\bar{y}_{i\bullet} =$	10.213	7.470	10.053	5.240
$S^2 =$	0.826	0.014	0.274	0.049

Nota. Los resultados se presentan hasta diez milésimas, el redondeo a centésimas cambia ligeramente los valores del andeva.

# Análisis: Descripción teórica

- Una vez que se obtuvo la información experimental, queda por ver, si los datos apoyan la hipótesis de investigación planeada.
- Para tal fin se utiliza el **análisis de varianza: andeva**.
- El fundamento de este procedimiento descansa en los supuestos del modelo estadístico de este diseño, cómo se verá más adelante. A continuación se presentará el caso general.

# Análisis: Descripción teórica

- Una vez que se obtuvo la información experimental, queda por ver, si los datos apoyan la hipótesis de investigación planeada.
- **Para tal fin se utiliza el análisis de varianza: andeva.**
- El fundamento de este procedimiento descansa en los supuestos del modelo estadístico de este diseño, cómo se verá más adelante. A continuación se presentará el caso general.

# Análisis: Descripción teórica

- Una vez que se obtuvo la información experimental, queda por ver, si los datos apoyan la hipótesis de investigación planeada.
- **Para tal fin se utiliza el análisis de varianza: andeva.**
- El fundamento de este procedimiento descansa en los supuestos del modelo estadístico de este diseño, cómo se verá más adelante. A continuación se presentará el caso general.

# El modelo

El modelo del diseño completamente al azar:

$$y_{ij} = \mu_i \underbrace{(X)}_{\text{sensores}} + \epsilon_{ij}$$

Donde:

$\mu_i = \mu + \delta_i$ , los  $\delta_i$  miden el efecto de cada tratamiento

Los  $\epsilon_{ij}$  miden la discrepancia entre el modelo y el valor observado a la UE.

# Procedimiento del análisis de la varianza para $k$ tratamientos

El análisis de la varianza permite probar la hipótesis que se plantea en un diseño de un factor con dos o más niveles.

Cuando un factor tiene más de dos niveles, digamos  $k$  en general, el problema de comparación de los  $k$  efectos se plantea como el contraste de dos hipótesis:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k (= \mu)$$

$$H_1 : \mu_i \neq \mu_{i'}, \text{ para al menos un par } i \neq i'$$

# Procedimiento del análisis de la varianza para $k$ tratamientos

El análisis de la varianza permite probar la hipótesis que se plantea en un diseño de un factor con dos o más niveles.

Cuando un factor tiene más de dos niveles, digamos  $k$  en general, el problema de comparación de los  $k$  efectos se plantea como el contraste de dos hipótesis:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k (= \mu)$$

$$H_1 : \mu_i \neq \mu_{i'}, \text{ para al menos un par } i \neq i'$$

# Procedimiento del análisis de la varianza para $k$ tratamientos

El análisis de la varianza permite probar la hipótesis que se plantea en un diseño de un factor con dos o más niveles.

Cuando un factor tiene más de dos niveles, digamos  $k$  en general, el problema de comparación de los  $k$  efectos se plantea como el contraste de dos hipótesis:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k (= \mu)$$

$$H_1 : \mu_i \neq \mu_{i'}, \text{ para al menos un par } i \neq i'$$

# Procedimiento del análisis de la varianza para $k$ tratamientos

El análisis de la varianza permite probar la hipótesis que se plantea en un diseño de un factor con dos o más niveles.

Cuando un factor tiene más de dos niveles, digamos  $k$  en general, el problema de comparación de los  $k$  efectos se plantea como el contraste de dos hipótesis:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k (= \mu)$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_{i'}, \text{ para al menos un par } i \neq i'$$

# Estimación del efecto de tratamientos

Para probar la hipótesis es suficiente analizar las diferencias:

$$\hat{\delta}_i = (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}), i = 1 \dots k$$

Donde  $\bar{y}_{..}$  es un estimador de  $\mu$ , en lugar de los  $(\frac{k}{2})$  pares de diferencias sin perder información ya que:

$$(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{i' .}) = (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) - (\bar{y}_{i' .} - \bar{y}_{..}) = \hat{\delta}_i - \hat{\delta}_{i'}$$

## Estimación del cuadrado medio de tratamiento

Tomando en cuenta que las  $\hat{\delta}_i$  son de tal manera que no se cancelen entre sí, la variación debida a las diferencias potenciales entre tratamientos será cuantificada mediante

$$CM_{trat} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i \hat{\delta}_i^2}{k - 1}$$

donde  $n_i$  es el número de observaciones en cada nivel, si  $n_i$  es igual a cada tratamiento se dice que el diseño es balanceado, en caso contrario, se refiere al diseño como desbalanceado.

Si  $CM_{trat}$  es grande implica que las  $\hat{\delta}_i$ 's son de manera considerable diferentes de cero; el punto es saber desde qué valor de  $CM_{trat}$  se puede considerar que tales diferencias no son sólo producto del error experimental.

## Estimación del cuadrado medio de tratamiento

Tomando en cuenta que las  $\hat{\delta}_i$  son de tal manera que no se cancelen entre sí, la variación debida a las diferencias potenciales entre tratamientos será cuantificada mediante

$$CM_{trat} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i \hat{\delta}_i^2}{k - 1}$$

donde  $n_i$  es el número de observaciones en cada nivel, si  $n_i$  es igual a cada tratamiento se dice que el diseño es balanceado, en caso contrario, se refiere al diseño como desbalanceado.

Si  $CM_{trat}$  es grande implica que las  $\hat{\delta}_i$ 's son de manera considerable diferentes de cero; el punto es saber desde qué valor de  $CM_{trat}$  se puede considerar que tales diferencias no son sólo producto del error experimental.

# Estimación del cuadrado medio de tratamiento

Tomando en cuenta que las  $\hat{\delta}_i$  son de tal manera que no se cancelen entre sí, la variación debida a las diferencias potenciales entre tratamientos será cuantificada mediante

$$CM_{trat} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i \hat{\delta}_i^2}{k - 1}$$

donde  $n_i$  es el número de observaciones en cada nivel, si  $n_i$  es igual a cada tratamiento se dice que el diseño es balanceado, en caso contrario, se refiere al diseño como desbalanceado.

Si  $CM_{trat}$  es grande implica que las  $\hat{\delta}_i$ 's son de manera considerable diferentes de cero; el punto es saber desde qué valor de  $CM_{trat}$  se puede considerar que tales diferencias no son sólo producto del error experimental.

# Estimación del cuadrado medio del error

Para ello es necesario tener un estimador de  $\sigma^2$ .

La varianza del error experimental se estima mediante las diferencias en respuesta de UE tratadas de la misma manera, es decir mediante las  $S_i^2$ 's ; así para el caso de  $k$  niveles,  $\sigma^2$  es estimada mediante:

$$CM_{error} = \frac{\sum_{i=1}^k (n_i - 1) S_i^2}{\sum_{i=1}^k (n_i - 1)} = S_p^2$$

Esta expresión se conoce como el Cuadrados Medios del Error.

Como se verá más adelante, las cantidades  $CM_{trat}$  y  $CM_{error}$  desempeñan un papel importante para inferir si la diferencia de los  $\hat{\delta}_i$ 's es cero.

# Estimación del cuadrado medio del error

Para ello es necesario tener un estimador de  $\sigma^2$ .

La varianza del error experimental se estima mediante las diferencias en respuesta de UE tratadas de la misma manera, es decir mediante las  $S_i^2$ 's ; así para el caso de  $k$  niveles,  $\sigma^2$  es estimada mediante:

$$CM_{error} = \frac{\sum_{i=1}^k (n_i - 1) S_i^2}{\sum_{i=1}^k (n_i - 1)} = S_p^2$$

Esta expresión se conoce como el Cuadrados Medios del Error.

Como se verá más adelante, las cantidades  $CM_{trat}$  y  $CM_{error}$  desempeñan un papel importante para inferir si la diferencia de los  $\hat{\delta}_i$ 's es cero.

# Estimación del cuadrado medio del error

Para ello es necesario tener un estimador de  $\sigma^2$ .

La varianza del error experimental se estima mediante las diferencias en respuesta de UE tratadas de la misma manera, es decir mediante las  $S_i^2$ 's ; así para el caso de  $k$  niveles,  $\sigma^2$  es estimada mediante:

$$CM_{error} = \frac{\sum_{i=1}^k (n_i - 1) S_i^2}{\sum_{i=1}^k (n_i - 1)} = S_p^2$$

Esta expresión se conoce como el Cuadrados Medios del Error.

Como se verá más adelante, las cantidades  $CM_{trat}$  y  $CM_{error}$  desempeñan un papel importante para inferir si la diferencia de los  $\hat{\delta}_i$ 's es cero.

# Supuestos para realizar la prueba de hipótesis

Para realizar la inferencia estadística con estudio, los supuestos requeridos son:

- La variable respuesta correspondiente a cada uno de los  $k$  tratamientos tiene medias  $\mu_1, \dots, \mu_k$  respectivamente, potencialmente diferentes.
- Sobre el error experimental presente en la aplicación de cada tratamiento a una UE, los  $\epsilon_{ij}$  ( $i = 1, \dots, k; j = 1, \dots, n_i$ ).
  - Tienen media igual a cero.
  - En un tratamiento dado la varianza de los errores correspondientes es constante digamos  $\sigma_i^2, i = 1, \dots, k$ . Es decir:  $\sigma_1^2 = \dots = \sigma_k^2 = \sigma^2$  (homogeneidad de varianzas)
  - $\epsilon_{ij}$ 's como variables aleatorias son descritas adecuadamente por la función de densidad Normal.
  - $\epsilon_{ij}$ 's son independientes entre sí.

# Supuestos para realizar la prueba de hipótesis

Para realizar la inferencia estadística con estudio, los supuestos requeridos son:

- La variable respuesta correspondiente a cada uno de los  $k$  tratamientos tiene medias  $\mu_1, \dots, \mu_k$  respectivamente, potencialmente diferentes.
- Sobre el error experimental presente en la aplicación de cada tratamiento a una UE, los  $\epsilon_{ij}$  ( $i = 1, \dots, k; j = 1, \dots, n_i$ ).
  - Tienen media igual a cero.
  - En un tratamiento dado la varianza de los errores correspondientes es constante digamos  $\sigma_i^2, i = 1, \dots, k$ . Es decir:  $\sigma_1^2 = \dots = \sigma_k^2 = \sigma^2$  (homogeneidad de varianzas)
  - $\epsilon_{ij}$ 's como variables aleatorias son descritas adecuadamente por la función de densidad Normal.
  - $\epsilon_{ij}$ 's son independientes entre sí.

# Supuestos para realizar la prueba de hipótesis

Para realizar la inferencia estadística con estudio, los supuestos requeridos son:

- La variable respuesta correspondiente a cada uno de los  $k$  tratamientos tiene medias  $\mu_1, \dots, \mu_k$  respectivamente, potencialmente diferentes.
- Sobre el error experimental presente en la aplicación de cada tratamiento a una UE, los  $\epsilon_{ij}$  ( $i = 1, \dots, k; j = 1, \dots, n_i$ ).
  - Tienen media igual a cero.
  - En un tratamiento dado la varianza de los errores correspondientes es constante digamos  $\sigma_i^2, i = 1, \dots, k$ . Es decir:  $\sigma_1^2 = \dots = \sigma_k^2 = \sigma^2$  (homogeneidad de varianzas)
  - $\epsilon_{ij}$ 's como variables aleatorias son descritas adecuadamente por la función de densidad Normal.
  - $\epsilon_{ij}$ 's son independientes entre sí.

# Supuestos para realizar la prueba de hipótesis

Para realizar la inferencia estadística con estudio, los supuestos requeridos son:

- La variable respuesta correspondiente a cada uno de los  $k$  tratamientos tiene medias  $\mu_1, \dots, \mu_k$  respectivamente, potencialmente diferentes.
- Sobre el error experimental presente en la aplicación de cada tratamiento a una UE, los  $\epsilon_{ij}$  ( $i = 1, \dots, k; j = 1, \dots, n_i$ ).
  - Tienen media igual a cero.
  - En un tratamiento dado la varianza de los errores correspondientes es constante digamos  $\sigma_i^2, i = 1, \dots, k$ . Es decir:  $\sigma_i^2 = \dots = \sigma_k^2 = \sigma^2$  (homogeneidad de varianzas)
  - $\epsilon_{ij}$ 's como variables aleatorias son descritas adecuadamente por la función de densidad Normal.
  - $\epsilon_{ij}$ 's son independientes entre sí.

# Supuestos para realizar la prueba de hipótesis

Para realizar la inferencia estadística con estudio, los supuestos requeridos son:

- La variable respuesta correspondiente a cada uno de los  $k$  tratamientos tiene medias  $\mu_1, \dots, \mu_k$  respectivamente, potencialmente diferentes.
- Sobre el error experimental presente en la aplicación de cada tratamiento a una UE, los  $\epsilon_{ij}$  ( $i = 1, \dots, k; j = 1, \dots, n_i$ ).
  - Tienen media igual a cero.
  - En un tratamiento dado la varianza de los errores correspondientes es constante digamos  $\sigma_i^2, i = 1, \dots, k$ . Es decir:  $\sigma_i^2 = \dots = \sigma_k^2 = \sigma^2$  (homogeneidad de varianzas)
  - $\epsilon_{ij}$ 's como variables aleatorias son descritas adecuadamente por la función de densidad Normal.
  - $\epsilon_{ij}$ 's son independientes entre sí.

# Supuestos para realizar la prueba de hipótesis

Para realizar la inferencia estadística con estudio, los supuestos requeridos son:

- La variable respuesta correspondiente a cada uno de los  $k$  tratamientos tiene medias  $\mu_1, \dots, \mu_k$  respectivamente, potencialmente diferentes.
- Sobre el error experimental presente en la aplicación de cada tratamiento a una UE, los  $\epsilon_{ij}$  ( $i = 1, \dots, k; j = 1, \dots, n_i$ ).
  - Tienen media igual a cero.
  - En un tratamiento dado la varianza de los errores correspondientes es constante digamos  $\sigma_i^2, i = 1, \dots, k$ . Es decir:  $\sigma_i^2 = \dots = \sigma_k^2 = \sigma^2$  (homogeneidad de varianzas)
  - $\epsilon_{ij}$ 's como variables aleatorias son descritas adecuadamente por la función de densidad Normal.
  - $\epsilon_{ij}$ 's son independientes entre sí.

# Estadístico de prueba

Es importante verificar que los datos permitan satisfacer los supuestos sobre el error. De ser así.

Se puede demostrar que bajo estos supuestos,  $CM_{trat}$  y  $CM_{error}$  son independientes y que su cociente

$$F_c = \frac{CM_{trat}}{CM_{error}}.$$

La variable aleatoria  $F_c$  sigue una distribución  $F$  con  $(k - 1)$  y

$\sum_{i=1}^k (n_i - 1)$  grados de libertad respectivamente.

# Estadístico de prueba

Es importante verificar que los datos permitan satisfacer los supuestos sobre el error. De ser así.

Se puede demostrar que bajo estos supuestos,  $CM_{trat}$  y  $CM_{error}$  son independientes y que su cociente

$$F_c = \frac{CM_{trat}}{CM_{error}}.$$

La variable aleatoria  $F_c$  sigue una distribución  $F$  con  $(k - 1)$  y

$\sum_{i=1}^k (n_i - 1)$  grados de libertad respectivamente.

# Estadístico de prueba

Es importante verificar que los datos permitan satisfacer los supuestos sobre el error. De ser así.

Se puede demostrar que bajo estos supuestos,  $CM_{trat}$  y  $CM_{error}$  son independientes y que su cociente

$$F_c = \frac{CM_{trat}}{CM_{error}}.$$

La variable aleatoria  $F_c$  sigue una distribución  $F$  con  $(k - 1)$  y

$\sum_{i=1}^k (n_i - 1)$  grados de libertad respectivamente.

# Planteamiento hipotético

Resulta ser un estadístico de prueba natural para contrastar  $H_0$  contra  $H_1$ , ya que como variable aleatoria  $F_c$  sigue una distribución  $F$  con  $(k - 1)$  y  $\sum_{i=1}^k (n_i - 1)$  grados de libertad respectivamente.

En términos de los  $\hat{\delta}_i$ 's para probar que hay efecto de tratamiento, una propuesta hipotética equivalente a la planteada por la expresión de las  $\mu_i$ 's es:

$$H_0 : \delta_1 = \delta_2 = \dots = \delta_k \quad Vs \quad H_1 : \delta_i \neq 0$$

para alguna  $i$ .

## Planteamiento hipotético

Resulta ser un estadístico de prueba natural para contrastar  $H_0$  contra  $H_1$ , ya que como variable aleatoria  $F_c$  sigue una distribución  $F$  con  $(k - 1)$  y  $\sum_{i=1}^k (n_i - 1)$  grados de libertad respectivamente.

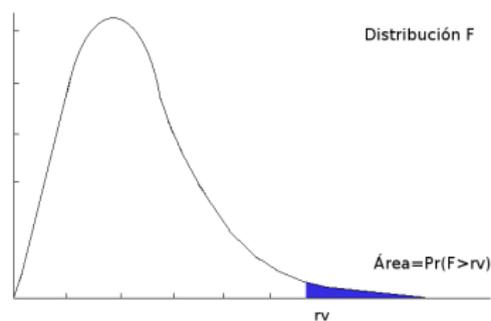
En términos de los  $\hat{\delta}_i$ 's para probar que hay efecto de tratamiento, una propuesta hipotética equivalente a la planteada por la expresión de las  $\mu_i$ 's es:

$$H_0 : \delta_1 = \delta_2 = \dots = \delta_k \quad Vs \quad H_1 : \delta_i \neq 0$$

para alguna  $i$ .

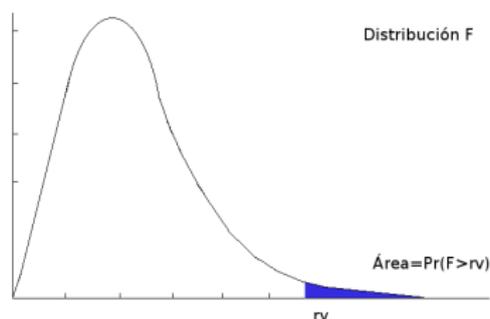
# Estadístico de prueba y regla de decisión

Bajo  $H_0$  (cierta), la cantidad  $F_c = rv$  (razón de varianza) tiene una distribución  $F$ . A medida que el estadístico  $F_c$  pertenezca menos a dicha distribución, entonces rechazaremos  $H_0$  a favor de la hipótesis alterna  $H_1$ . La medida de la discrepancia entre  $F_c = rv$  y su distribución está dada por el área de la cola a la derecha de  $F_c = rv$ . Esta área es conocida como p-valor.



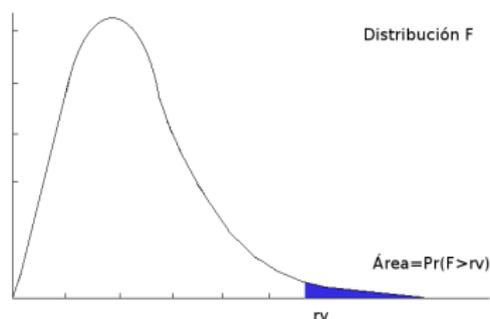
# Estadístico de prueba y regla de decisión

Bajo  $H_0$  (cierta), la cantidad  $F_c = rv$  (razón de varianzas) tiene una distribución  $F$ . A medida que el estadístico  $F_c$  pertenezca menos a dicha distribución, entonces rechazaremos  $H_0$  a favor de la hipótesis alterna  $H_1$ . La medida de la discrepancia entre  $F_c = rv$  y su distribución está dada por el área de la cola a la derecha de  $F_c = rv$ . Esta área es conocida como p-valor.



# Estadístico de prueba y regla de decisión

Bajo  $H_0$  (cierta), la cantidad  $F_c = rv$  (razón de varianzas) tiene una distribución  $F$ . A medida que el estadístico  $F_c$  pertenezca menos a dicha distribución, entonces rechazaremos  $H_0$  a favor de la hipótesis alterna  $H_1$ . La medida de la discrepancia entre  $F_c = rv$  y su distribución está dada por el área de la cola a la derecha de  $F_c = rv$ . Esta área es conocida como p-valor.



## Resultados experimentales y estimación de los efectos

Tratamiento	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
Repetición 1	10.31	7.35	9.46	5.47
Repetición 2	9.26	7.59	10.45	5.22
Repetición 3	11.07	7.47	10.25	5.03
Promedio $\bar{y}_{i\bullet} =$	10.213	7.470	10.053	5.030
Varianza $S_i^2 =$	0.826	0.014	0.274	0.049
Gl	2	2	2	2

*efectos*

$$\hat{\delta}_1 = \bar{y}_1 - y_{..} = (10.213 - 8.244) = 1.969$$

$$\hat{\delta}_2 = \bar{y}_2 - y_{..} = (7.470 - 8.244) = -0.774$$

$$\hat{\delta}_3 = \bar{y}_3 - y_{..} = (10.053 - 8.244) = 1.809$$

$$\hat{\delta}_4 = \bar{y}_4 - y_{..} = (5.240 - 8.244) = -3.004$$

Cálculo del estadístico de prueba  $F_c$ 

## Cálculo del cuadrado medio de tratamientos

$$CM_{trat} = \frac{3[(1.969)^2 + (-0.774)^2 + (1.809)^2 + (-3.004)^2]}{3} = \frac{50.325}{3} = 16.775$$

## Cálculo del cuadrado medio del error

$$CM_{error} = \frac{2(0.826 + 0.014 + 0.274 + 0.049)}{8} = 0.291$$

## Cálculo del estadístico de prueba

$$RV = F_c = \frac{16.775}{0.291} = 57.69$$

## Resumen: Tabla del Análisis de la Varianza

Fuente	Gl	SC	CM	$F_c = rv$	valor-p
Tratamiento	3	50.325	16.775	57.69	0.000
Error	8	2.326	0.291		
Total	11	52.651			

Nota. Fuente: Fuente de variación, Gl: Grados de libertad, SC: Suma de cuadrados, CM: Cuadrado medio

Decisión y conclusión de la prueba:

Buscando en tablas de una distribución F con 3 y 8 grados de libertad y  $\alpha = 0.05$ , se tiene  $F(3, 8, 0.05) = 4.07$ ,  $F_c > 4.07$

Use la calculadora de distribuciones para la distribución F. Vea [www.calest.com](http://www.calest.com) en el apartado Herramientas

Este resultado indica que los datos no apoyan a la hipótesis nula y se concluye que alguno de los sensores hace que el tiempo de paro de los refrigeradores sea diferente.

Otra alternativa para probar la hipótesis, consiste en utilizar el nivel de significancia descriptivo (nsd),  $\text{valor-p} = P(F \geq 57.69) = 0.00001$

## Resumen: Tabla del Análisis de la Varianza

Fuente	Gl	SC	CM	$F_c = rv$	valor-p
Tratamiento	3	50.325	16.775	57.69	0.000
Error	8	2.326	0.291		
Total	11	52.651			

Nota. Fuente: Fuente de variación, Gl: Grados de libertad, SC: Suma de cuadrados, CM: Cuadrado medio

## Decisión y conclusión de la prueba:

Buscando en tablas de una distribución F con 3 y 8 grados de libertad y  $\alpha = 0.05$ , se tiene  $F(3, 8, 0.05) = 4.07$ ,  $F_c > 4.07$

Use la calculadora de distribuciones para la distribución F. Vea [www.calest.com](http://www.calest.com) en el apartado Herramientas

Este resultado indica que los datos no apoyan a la hipótesis nula y se concluye que alguno de los sensores hace que el tiempo de paro de los refrigeradores sea diferente.

Otra alternativa para probar la hipótesis, consiste en utilizar el nivel de significancia descriptivo (nsd),  $\text{valor-p} = P(F \geq 57.69) = 0.00001$

## Resumen: Tabla del Análisis de la Varianza

Fuente	Gl	SC	CM	$F_c = rv$	valor-p
Tratamiento	3	50.325	16.775	57.69	0.000
Error	8	2.326	0.291		
Total	11	52.651			

Nota. Fuente: Fuente de variación, Gl: Grados de libertad, SC: Suma de cuadrados, CM: Cuadrado medio

## Decisión y conclusión de la prueba:

Buscando en tablas de una distribución F con 3 y 8 grados de libertad y  $\alpha = 0.05$ , se tiene  $F(3, 8, 0.05) = 4.07$ ,  $F_c > 4.07$

Use la calculadora de distribuciones para la distribución F. Vea [www.calest.com](http://www.calest.com) en el apartado Herramientas

Este resultado indica que los datos no apoyan a la hipótesis nula y se concluye que alguno de los sensores hace que el tiempo de paro de los refrigeradores sea diferente.

Otra alternativa para probar la hipótesis, consiste en utilizar el nivel de significancia descriptivo (nsd),  $\text{valor-p} = P(F \geq 57.69) = 0.00001$

## Resumen: Tabla del Análisis de la Varianza

Fuente	Gl	SC	CM	$F_c = rv$	valor-p
Tratamiento	3	50.325	16.775	57.69	0.000
Error	8	2.326	0.291		
Total	11	52.651			

Nota. Fuente: Fuente de variación, Gl: Grados de libertad, SC: Suma de cuadrados, CM: Cuadrado medio

## Decisión y conclusión de la prueba:

Buscando en tablas de una distribución F con 3 y 8 grados de libertad y  $\alpha = 0.05$ , se tiene  $F(3, 8, 0.05) = 4.07$ ,  $F_c > 4.07$

Use la calculadora de distribuciones para la distribución F. Vea [www.calest.com](http://www.calest.com) en el apartado Herramientas

Este resultado indica que los datos no apoyan a la hipótesis nula y se concluye que alguno de los sensores hace que el tiempo de paro de los refrigeradores sea diferente.

Otra alternativa para probar la hipótesis, consiste en utilizar el nivel de significancia descriptivo (nsd),  $\text{valor-p} = P(F \geq 57.69) = 0.00001$

# Análisis de residuales

El modelo

$$y_{ij} = \mu_i + \epsilon_{ij}, \quad i = 1, \dots, k \quad j = 1, \dots, n_i$$

(MDCA) representa al diseño de un factor en  $k$  niveles completamente aleatorios.

Así el modelo indica que la  $j$  – *esima* observación del tratamiento  $i$  está alrededor de la media  $\mu_i$  más el error  $\epsilon_{ij}$  que constituye la parte aleatoria de la  $y_i$  se expresa por ende como  $\epsilon_{ij} = y_{ij} - \mu_i$

Las suposiciones sobre los errores deben verificarse para validar el procedimiento estadístico que contrasta los  $k$  tratamientos.

Esto se realiza mediante el Análisis de Residuales, éste se basa en un análisis gráfico.

# Análisis de residuales

El modelo

$$y_{ij} = \mu_i + \epsilon_{ij}, \quad i = 1, \dots, k \quad j = 1, \dots, n_i$$

(MDCA) representa al diseño de un factor en  $k$  niveles completamente aleatorios.

Así el modelo indica que la  $j$  – *esima* observación del tratamiento  $i$  está alrededor de la media  $\mu_i$  más el error  $\epsilon_{ij}$  que constituye la parte aleatoria de la  $y_i$  se expresa por ende como  $\epsilon_{ij} = y_{ij} - \mu_i$

Las suposiciones sobre los errores deben verificarse para validar el procedimiento estadístico que contrasta los  $k$  tratamientos.

Esto se realiza mediante el Análisis de Residuales, éste se basa en un análisis gráfico.

# Análisis de residuales

El modelo

$$y_{ij} = \mu_i + \epsilon_{ij}, \quad i = 1, \dots, k \quad j = 1, \dots, n_i$$

(MDCA) representa al diseño de un factor en  $k$  niveles completamente aleatorios.

Así el modelo indica que la  $j$  – *esima* observación del tratamiento  $i$  está alrededor de la media  $\mu_i$  más el error  $\epsilon_{ij}$  que constituye la parte aleatoria de la  $y_i$  se expresa por ende como  $\epsilon_{ij} = y_{ij} - \mu_i$

Las suposiciones sobre los errores deben verificarse para validar el procedimiento estadístico que contrasta los  $k$  tratamientos.

Esto se realiza mediante el Análisis de Residuales, éste se basa en un análisis gráfico.

# Análisis de residuales

El modelo

$$y_{ij} = \mu_i + \epsilon_{ij}, \quad i = 1, \dots, k \quad j = 1, \dots, n_i$$

(MDCA) representa al diseño de un factor en  $k$  niveles completamente aleatorios.

Así el modelo indica que la  $j$  – *esima* observación del tratamiento  $i$  está alrededor de la media  $\mu_i$  más el error  $\epsilon_{ij}$  que constituye la parte aleatoria de la  $y_i$  se expresa por ende como  $\epsilon_{ij} = y_{ij} - \mu_i$

Las suposiciones sobre los errores deben verificarse para validar el procedimiento estadístico que contrasta los  $k$  tratamientos.

Esto se realiza mediante el Análisis de Residuales, éste se basa en un análisis gráfico.

Como todo modelo, el anterior es sólo una aproximación a lo real y como tal siempre debe diagnosticarse el ajuste de los datos al modelo. Para el diagnóstico se calculan los residuales:

$$e_{ij} = y_{ij} - \hat{y}_{ij} = y_{ij} - \bar{y}_{i.}, \quad i = 1, \dots, k, \quad j = 1, \dots, n_i$$

Los residuales  $e_{ij}$  representan buenas estimaciones de los errores  $\epsilon_{ij}$ , si el modelo (MDCA) se ajusta a los datos observados experimentalmente. Entonces se analizan los residuales para observar si se parecen o no a los errores teóricos, o dicho de otra manera, para comprobar si los supuestos en el modelo se cumplen.

Como todo modelo, el anterior es sólo una aproximación a lo real y como tal siempre debe diagnosticarse el ajuste de los datos al modelo. Para el diagnóstico se calculan los residuales:

$$e_{ij} = y_{ij} - \hat{y}_{ij} = y_{ij} - \bar{y}_{i.}, \quad i = 1, \dots, k, \quad j = 1, \dots, n_i$$

Los residuales  $e_{ij}$  representan buenas estimaciones de los errores  $\epsilon_{ij}$ , si el modelo (MDCA) se ajusta a los datos observados experimentalmente.

Entonces se analizan los residuales para observar si se parecen o no a los errores teóricos, o dicho de otra manera, para comprobar si los supuestos en el modelo se cumplen.

Como todo modelo, el anterior es sólo una aproximación a lo real y como tal siempre debe diagnosticarse el ajuste de los datos al modelo. Para el diagnóstico se calculan los residuales:

$$e_{ij} = y_{ij} - \hat{y}_{ij} = y_{ij} - \bar{y}_{i.}, \quad i = 1, \dots, k, \quad j = 1, \dots, n_i$$

Los residuales  $e_{ij}$  representan buenas estimaciones de los errores  $\epsilon_{ij}$ , si el modelo (MDCA) se ajusta a los datos observados experimentalmente. Entonces se analizan los residuales para observar si se parecen o no a los errores teóricos, o dicho de otra manera, para comprobar si los supuestos en el modelo se cumplen.

En general mediante un análisis de residuales se busca detectar:

- Si existen dentro del conjunto de datos algunos residuales muy atípicos respecto al patrón general.
- Si la variabilidad de los residuales se muestra no constante.
- Si hay evidencias de que la distribución de los residuales se desvíe con respecto a la normalidad.
- Otros supuestos.

En general mediante un análisis de residuales se busca detectar:

- Si existen dentro del conjunto de datos algunos residuales muy atípicos respecto al patrón general.
- Si la variabilidad de los residuales se muestra no constante.
- Si hay evidencias de que la distribución de los residuales se desvíe con respecto a la normalidad.
- Otros supuestos.

En general mediante un análisis de residuales se busca detectar:

- Si existen dentro del conjunto de datos algunos residuales muy atípicos respecto al patrón general.
- Si la variabilidad de los residuales se muestra no constante.
- Si hay evidencias de que la distribución de los residuales se desvíe con respecto a la normalidad.
- Otros supuestos.

En general mediante un análisis de residuales se busca detectar:

- Si existen dentro del conjunto de datos algunos residuales muy atípicos respecto al patrón general.
- Si la variabilidad de los residuales se muestra no constante.
- Si hay evidencias de que la distribución de los residuales se desvíe con respecto a la normalidad.
- Otros supuestos.

# Fin de este ejemplo

# Diferentes esquemas del diseño experimental

La planeación de un diseño experimental tiene por meta obtener la mayor información posible de los procesos que se estudian.

Es frecuente que en la actividad de diseño, el experimentador tenga un cierto control sobre los tratamientos y la población o procesos.

El experimentador selecciona o define las unidades experimentales, y por la naturaleza de éstas últimas, se debe tener cuidado en asignarlas a los tratamientos que se consideren.

# Diferentes esquemas del diseño experimental

La planeación de un diseño experimental tiene por meta obtener la mayor información posible de los procesos que se estudian.

Es frecuente que en la actividad de diseño, el experimentador tenga un cierto control sobre los tratamientos y la población o procesos.

El experimentador selecciona o define las unidades experimentales, y por la naturaleza de éstas últimas, se debe tener cuidado en asignarlas a los tratamientos que se consideren.

# Diferentes esquemas del diseño experimental

La planeación de un diseño experimental tiene por meta obtener la mayor información posible de los procesos que se estudian.

Es frecuente que en la actividad de diseño, el experimentador tenga un cierto control sobre los tratamientos y la población o procesos.

El experimentador selecciona o define las unidades experimentales, y por la naturaleza de éstas últimas, se debe tener cuidado en asignarlas a los tratamientos que se consideren.

# Ejemplo

El siguiente ejemplo tiene que ver, un poco, con el sentido común y su objetivo es mostrar como se pueden desarrollar diferentes esquemas experimentales cambiando las necesidades a probar.

## Ejemplo: Helados

Un investigador experto en alimentos desea conocer el efecto que tiene en la preferencia del público cinco procedimientos para elaborar helado. La variable de respuesta es un valor numérico que se obtiene a través de una evaluación sensorial.

Otros elementos relevantes en el estudio son las personas a quienes se les dará a probar el helado.

En una breve discusión propongan algunas estrategias experimentales para alcanzar el objetivo del ingeniero.

# Ejemplo

El siguiente ejemplo tiene que ver, un poco, con el sentido común y su objetivo es mostrar como se pueden desarrollar diferentes esquemas experimentales cambiando las necesidades a probar.

## Ejemplo: Helados

Un investigador experto en alimentos desea conocer el efecto que tiene en la preferencia del público cinco procedimientos para elaborar helado. La variable de respuesta es un valor numérico que se obtiene a través de una evaluación sensorial.

Otros elementos relevantes en el estudio son las personas a quienes se les dará a probar el helado.

En una breve discusión propongan algunas estrategias experimentales para alcanzar el objetivo del ingeniero.

## Ejemplo

El siguiente ejemplo tiene que ver, un poco, con el sentido común y su objetivo es mostrar como se pueden desarrollar diferentes esquemas experimentales cambiando las necesidades a probar.

### Ejemplo: Helados

Un investigador experto en alimentos desea conocer el efecto que tiene en la preferencia del público cinco procedimientos para elaborar helado. La variable de respuesta es un valor numérico que se obtiene a través de una evaluación sensorial.

Otros elementos relevantes en el estudio son las personas a quienes se les dará a probar el helado.

En una breve discusión propongan algunas estrategias experimentales para alcanzar el objetivo del ingeniero.

## Ejemplo

El siguiente ejemplo tiene que ver, un poco, con el sentido común y su objetivo es mostrar como se pueden desarrollar diferentes esquemas experimentales cambiando las necesidades a probar.

### Ejemplo: Helados

Un investigador experto en alimentos desea conocer el efecto que tiene en la preferencia del público cinco procedimientos para elaborar helado. La variable de respuesta es un valor numérico que se obtiene a través de una evaluación sensorial.

Otros elementos relevantes en el estudio son las personas a quienes se les dará a probar el helado.

En una breve discusión propongan algunas estrategias experimentales para alcanzar el objetivo del ingeniero.

## Algunas propuestas como solución:

A partir de este planteamiento varios esquemas experimentales se pueden proponer según lo que se desee probar, en este apartado presentaremos algunas situaciones, en ellas se resaltaré el modelo estadístico y las fuentes que contribuyen a explicar la variación.

# Discusión

## Situación 1: Modelo del diseño completamente al azar

$$y_{ij} = \mu_i + \epsilon_{ij} \quad i = 1, \dots, 5 \quad j = 1, \dots, 20$$

Fuente de variación	GL
Helados	4
Error	15

Tabla 1. Diseño completamente al azar

- Para resaltar el efecto del tratamiento la expresión  $\mu_i$  se reescribe mediante la ecuación:  $\mu_i = \mu + \delta_i$ , en este caso  $\delta_i$  describe el efecto de tratamiento.
- La hipótesis estadística que se prueba es no hay efecto de tratamiento: procedimiento para elaborar helados, es equivalente a verificar la igualdad de medias

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5$$

- La Tabla 1 muestra la fuente de variación y los grados de libertad para este efecto.

- Para resaltar el efecto del tratamiento la expresión  $\mu_i$  se reescribe mediante la ecuación:  $\mu_i = \mu + \delta_i$ , en este caso  $\delta_i$  describe el efecto de tratamiento.
- La hipótesis estadística que se prueba es no hay efecto de tratamiento: procedimiento para elaborar helados, es equivalente a verificar la igualdad de medias

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5$$

- La Tabla 1 muestra la fuente de variación y los grados de libertad para este efecto.

- Para resaltar el efecto del tratamiento la expresión  $\mu_i$  se reescribe mediante la ecuación:  $\mu_i = \mu + \delta_i$ , en este caso  $\delta_i$  describe el efecto de tratamiento.
- La hipótesis estadística que se prueba es no hay efecto de tratamiento: procedimiento para elaborar helados, es equivalente a verificar la igualdad de medias

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5$$

- La Tabla 1 muestra la fuente de variación y los grados de libertad para este efecto.

## Situación 2: diseño en bloques completamente al azar

- La evaluación sensorial es importante.
- El investigador considera que las personas que dan su evaluación sobre los helados pueden influir en la preferencia, por lo que decide homogeneizar su estrategia experimental y para ello toma en cuenta a jueces expertos y no expertos.
- En esta caso el factor juez se le conoce como **bloque en el diseño** de experimentos, y su propósito es homogeneizar las unidades experimentales.
- Para el ejemplo, primero se seleccionan 5 jueces no expertos y a cada uno se le da a probar uno de los cinco helados previa selección aleatoria.
- De manera análoga a los 5 jueces expertos se les da a probar el helado. Si se tiene el interés en las 20 personas, se hace una réplica del experimento.

## Situación 2: diseño en bloques completamente al azar

- La evaluación sensorial es importante.
- El investigador considera que las personas que dan su evaluación sobre los helados pueden influir en la preferencia, por lo que decide homogeneizar su estrategia experimental y para ello toma en cuenta a jueces expertos y no expertos.
- En esta caso el factor juez se le conoce como **bloque en el diseño** de experimentos, y su propósito es homogeneizar las unidades experimentales.
- Para el ejemplo, primero se seleccionan 5 jueces no expertos y a cada uno se le da a probar uno de los cinco helados previa selección aleatoria.
- De manera análoga a los 5 jueces expertos se les da a probar el helado. Si se tiene el interés en las 20 personas, se hace una réplica del experimento.

## Situación 2: diseño en bloques completamente al azar

- La evaluación sensorial es importante.
- El investigador considera que las personas que dan su evaluación sobre los helados pueden influir en la preferencia, por lo que decide homogeneizar su estrategia experimental y para ello toma en cuenta a jueces expertos y no expertos.
- En esta caso el factor juez se le conoce como **bloque en el diseño** de experimentos, y su propósito es homogeneizar las unidades experimentales.
- Para el ejemplo, primero se seleccionan 5 jueces no expertos y a cada uno se le da a probar uno de los cinco helados previa selección aleatoria.
- De manera análoga a los 5 jueces expertos se les da a probar el helado. Si se tiene el interés en las 20 personas, se hace una réplica del experimento.

## Situación 2: diseño en bloques completamente al azar

- La evaluación sensorial es importante.
- El investigador considera que las personas que dan su evaluación sobre los helados pueden influir en la preferencia, por lo que decide homogeneizar su estrategia experimental y para ello toma en cuenta a jueces expertos y no expertos.
- En esta caso el factor juez se le conoce como **bloque en el diseño** de experimentos, y su propósito es homogeneizar las unidades experimentales.
- Para el ejemplo, primero se seleccionan 5 jueces no expertos y a cada uno se le da a probar uno de los cinco helados previa selección aleatoria.
- De manera análoga a los 5 jueces expertos se les da a probar el helado. Si se tiene el interés en las 20 personas, se hace una réplica del experimento.

## Situación 2: diseño en bloques completamente al azar

- La evaluación sensorial es importante.
- El investigador considera que las personas que dan su evaluación sobre los helados pueden influir en la preferencia, por lo que decide homogeneizar su estrategia experimental y para ello toma en cuenta a jueces expertos y no expertos.
- En esta caso el factor juez se le conoce como **bloque en el diseño** de experimentos, y su propósito es homogeneizar las unidades experimentales.
- Para el ejemplo, primero se seleccionan 5 jueces no expertos y a cada uno se le da a probar uno de los cinco helados previa selección aleatoria.
- De manera análoga a los 5 jueces expertos se les da a probar el helado. Si se tiene el interés en las 20 personas, se hace una réplica del experimento.

# Modelo del diseño en bloques

- El modelo se obtiene a partir del anterior se anexa el efecto del bloque ( $\delta_{bloque}$ ) es decir:
- La hipótesis que se prueba es la misma, sólo que las unidades experimentales son más homogéneas.

$$y_{ijk} = \mu + \delta_{trat} + \delta_{bloque} + \epsilon_{ijk} \quad i = 1, \dots, 5 \quad j = 1, 2 \quad k = 1, 2$$

- La Tabla 2 muestra las fuentes que contribuyen a la variación.

Fuente de variación	GL
Helados	4
Bloque: Juez	1
Error	4

Tabla 2. Diseño de bloques al azar

## Modelo del diseño en bloques

- El modelo se obtiene a partir del anterior se anexa el efecto del bloque ( $\delta_{bloque}$ ) es decir:
- La hipótesis que se prueba es la misma, sólo que las unidades experimentales son más homogéneas.

$$y_{ijk} = \mu + \delta_{trat} + \delta_{bloque} + \epsilon_{ijk} \quad i = 1, \dots, 5 \quad j = 1, 2 \quad k = 1, 2$$

- La Tabla 2 muestra las fuentes que contribuyen a la variación.

Fuente de variación	GL
Helados	4
Bloque: Juez	1
Error	4

Tabla 2. Diseño de bloques al azar

## Modelo del diseño en bloques

- El modelo se obtiene a partir del anterior se anexa el efecto del bloque ( $\delta_{bloque}$ ) es decir:
- La hipótesis que se prueba es la misma, sólo que las unidades experimentales son más homogéneas.

$$y_{ijk} = \mu + \delta_{trat} + \delta_{bloque} + \epsilon_{ijk} \quad i = 1, \dots, 5 \quad j = 1, 2 \quad k = 1, 2$$

- La Tabla 2 muestra las fuentes que contribuyen a la variación.

Fuente de variación	GL
Helados	4
Bloque: Juez	1
Error	4

Tabla 2. Diseño de bloques al azar

## Situación 3: Diseño factorial

- En este caso el investigador tiene interés por conocer el efecto que pueden tener los jueces.
- Los tratamientos generados por los jueces se combinan con los 5 procedimientos debido a los helados, tal combinación da lugar a tener 10 tratamientos estos se muestran en la Tabla 3, en esta situación las unidades experimentales (personas) se asignan al azar a los tratamientos.
- Se realizaron dos observaciones en cada tratamiento.

Factores	Procedimientos				
	P1	P2	P3	P4	P5
No experto	$y_{111}$	$y_{211}$	$y_{311}$	$y_{411}$	$y_{511}$
	$y_{112}$	$y_{212}$	$y_{312}$	$y_{412}$	$y_{512}$
Experto	$y_{121}$	$y_{221}$	$y_{321}$	$y_{421}$	$y_{521}$
	$y_{122}$	$y_{222}$	$y_{322}$	$y_{422}$	$y_{522}$

Tabla 3. Esquema del diseño factorial procedimientos-jueces

## Situación 3: Diseño factorial

- En este caso el investigador tiene interés por conocer el efecto que pueden tener los jueces.
- Los tratamientos generados por los jueces se combinan con los 5 procedimientos debido a los helados, tal combinación da lugar a tener 10 tratamientos estos se muestran en la Tabla 3, en esta situación las unidades experimentales (personas) se asignan al azar a los tratamientos.
- Se realizaron dos observaciones en cada tratamiento.

Factores	Procedimientos				
	P1	P2	P3	P4	P5
No experto	$y_{111}$	$y_{211}$	$y_{311}$	$y_{411}$	$y_{511}$
	$y_{112}$	$y_{212}$	$y_{312}$	$y_{412}$	$y_{512}$
Experto	$y_{121}$	$y_{221}$	$y_{321}$	$y_{421}$	$y_{521}$
	$y_{122}$	$y_{222}$	$y_{322}$	$y_{422}$	$y_{522}$

Tabla 3. Esquema del diseño factorial procedimientos-jueces

## Situación 3: Diseño factorial

- En este caso el investigador tiene interés por conocer el efecto que pueden tener los jueces.
- Los tratamientos generados por los jueces se combinan con los 5 procedimientos debido a los helados, tal combinación da lugar a tener 10 tratamientos estos se muestran en la Tabla 3, en esta situación las unidades experimentales (personas) se asignan al azar a los tratamientos.
- Se realizaron dos observaciones en cada tratamiento.

Factores	Procedimientos				
	P1	P2	P3	P4	P5
No experto	$y_{111}$	$y_{211}$	$y_{311}$	$y_{411}$	$y_{511}$
	$y_{112}$	$y_{212}$	$y_{312}$	$y_{412}$	$y_{512}$
Experto	$y_{121}$	$y_{221}$	$y_{321}$	$y_{421}$	$y_{521}$
	$y_{122}$	$y_{222}$	$y_{322}$	$y_{422}$	$y_{522}$

Tabla 3. Esquema del diseño factorial procedimientos-jueces

## Planteamiento hipotético de la situación 3

**Las hipótesis que se prueban en este caso son:**

No hay efecto en procedimiento

$$H_{10}: \mu_{1\cdot} = \mu_{2\cdot} = \mu_{3\cdot} = \mu_{4\cdot} = \mu_{5\cdot}$$

No hay efecto en jueces

$$H_{20}: \mu_{\cdot 1} = \mu_{\cdot 2}$$

No hay efecto de interacción

$$H_{120}: \mu_{i1} - \mu_{i'1} = \mu_{i2} - \mu_{i'2} \text{ para todo } i > i', i = 1, \dots, 5$$

El modelo estadístico es:

$$y_{ijk} = \mu_{ij} + \epsilon_{ijk} \quad i = 1, \dots, 5 \quad j = 1, 2 \quad k = 1, 2$$

donde  $\mu_{ij} = \mu + \delta_A + \delta_B + (\delta_{AB}) \quad i = 1, \dots, 5 \quad j = 1, 2$

y  $\delta_{AB}$  representa el efecto de interacción.

## Planteamiento hipotético de la situación 3

**Las hipótesis que se prueban en este caso son:**

No hay efecto en procedimiento

$$H_{10}: \mu_{1\cdot} = \mu_{2\cdot} = \mu_{3\cdot} = \mu_{4\cdot} = \mu_{5\cdot}$$

No hay efecto en jueces

$$H_{20}: \mu_{\cdot 1} = \mu_{\cdot 2}$$

No hay efecto de interacción

$$H_{120}: \mu_{i1} - \mu_{i'1} = \mu_{i2} - \mu_{i'2} \text{ para todo } i > i', i = 1, \dots, 5$$

El modelo estadístico es:

$$y_{ijk} = \mu_{ij} + \epsilon_{ijk} \quad i = 1, \dots, 5 \quad j = 1, 2 \quad k = 1, 2$$

donde  $\mu_{ij} = \mu + \delta_A + \delta_B + (\delta_{AB}) \quad i = 1, \dots, 5 \quad j = 1, 2$

y  $\delta_{AB}$  representa el efecto de interacción.

## Planteamiento hipotético de la situación 3

**Las hipótesis que se prueban en este caso son:**

No hay efecto en procedimiento

$$H_{10}: \mu_{1\cdot} = \mu_{2\cdot} = \mu_{3\cdot} = \mu_{4\cdot} = \mu_{5\cdot}$$

No hay efecto en jueces

$$H_{20}: \mu_{\cdot 1} = \mu_{\cdot 2}$$

No hay efecto de interacción

$$H_{120}: \mu_{i1} - \mu_{i'1} = \mu_{i2} - \mu_{i'2} \text{ para todo } i > i', i = 1, \dots, 5$$

**El modelo estadístico es:**

$$y_{ijk} = \mu_{ij} + \epsilon_{ijk} \quad i = 1, \dots, 5 \quad j = 1, 2 \quad k = 1, 2$$

donde  $\mu_{ij} = \mu + \delta_A + \delta_B + (\delta_{AB})$   $i = 1, \dots, 5$   $j = 1, 2$   
y  $\delta_{AB}$  representa el efecto de interacción.

# Tabla del ANDEVA para la situación 4

La Tabla 4 muestra un resumen de fuentes de la variación

Fuente de variación	GL
Helados	4
Jueces	1
Helado*Jueces	4
Error	10

Tabla 4. Diseño de dos factores

## Situación 4: Nueva descomposición de los tratamientos

- Suponga que los procedimientos consisten en una estructura compuesta por un control y cuatro procedimientos elaborados por la combinación de dos tipos de maltodextrinas y dos tipos de grasas.
- De esta manera los procedimientos consisten en una estructura de un arreglo factorial de dos factores con un control.
- Cuando estos se combinan con el factor Juez da lugar a un arreglo factorial de tres factores con dos controles, uno para el Juez experto y otro para el Juez no experto.

## Situación 4: Nueva descomposición de los tratamientos

- Suponga que los procedimientos consisten en una estructura compuesta por un control y cuatro procedimientos elaborados por la combinación de dos tipos de maltodextrinas y dos tipos de grasas.
- De esta manera los procedimientos consisten en una estructura de un arreglo factorial de dos factores con un control.
- Cuando estos se combinan con el factor Juez da lugar a un arreglo factorial de tres factores con dos controles, uno para el Juez experto y otro para el Juez no experto.

## Situación 4: Nueva descomposición de los tratamientos

- Suponga que los procedimientos consisten en una estructura compuesta por un control y cuatro procedimientos elaborados por la combinación de dos tipos de maltodextrinas y dos tipos de grasas.
- De esta manera los procedimientos consisten en una estructura de un arreglo factorial de dos factores con un control.
- Cuando estos se combinan con el factor Juez da lugar a un arreglo factorial de tres factores con dos controles, uno para el Juez experto y otro para el Juez no experto.

Fuente de variación		Gl
Helado		4
	Control	1
	Malto	1
	Grasa	1
	Malto*Grasa	1
Jueces		1
Helado*Juez		4
	Control*Juez	1
	Malto*Juez	1
	Grasa*Juez	1
	Malto*Grasa*Juez	1
Réplica		1
Error		10

Tabla 5. Andeva de factores

La estructura del diseño es completamente aleatorizado. El modelo es:

$$y_{ijk} = \mu_{ij} + \epsilon_{ijk} \quad i = 1, 2 \quad j = 1, 2, 3, 4 \quad k = 1, 2$$

Donde  $\mu_{10}$  y  $\mu_{20}$  denotan los controles.

El control \*2<sup>2</sup> denota la comparación del procedimiento control contra el promedio de las cuatro combinaciones de maltodextrinas y grasas.

### Actividad

Propongan un ejemplo similar al desarrollado, con un enfoque a su área actual de trabajo.

La estructura del diseño es completamente aleatorizado. El modelo es:

$$y_{ijk} = \mu_{ij} + \epsilon_{ijk} \quad i = 1, 2 \quad j = 1, 2, 3, 4 \quad k = 1, 2$$

Donde  $\mu_{10}$  y  $\mu_{20}$  denotan los controles.

El control \*2<sup>2</sup> denota la comparación del procedimiento control contra el promedio de las cuatro combinaciones de maltodextrinas y grasas.

### Actividad

Propongan un ejemplo similar al desarrollado, con un enfoque a su área actual de trabajo.

# Diseño en bloques

- Una posible mejora en el Diseño del experimento sobre plantas de tomates.
- Un jardinero amateur desea descubrir si un cambio en la mezcla de fertilizante aplicado a sus plantas de tomate resultaría en una mejora del rendimiento.
- Tiene doce plantas en una hilera y su primera idea es aplicar el fertilizante conocido (A) a seis plantas elegidas al azar. A las seis plantas restantes les aplica el fertilizante que desea comparar (B).
- En la siguiente tabla se muestra la asignación de tratamientos

Planta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Tratamiento	B	B	A	A	A	A	B	B	A	B	B	A

# Diseño en bloques

- Una posible mejora en el Diseño del experimento sobre plantas de tomates.
- Un jardinero amateur desea descubrir si un cambio en la mezcla de fertilizante aplicado a sus plantas de tomate resultaría en una mejora del rendimiento.
- Tiene doce plantas en una hilera y su primera idea es aplicar el fertilizante conocido (A) a seis plantas elegidas al azar. A las seis plantas restantes les aplica el fertilizante que desea comparar (B).
- En la siguiente tabla se muestra la asignación de tratamientos

Planta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Tratamiento	B	B	A	A	A	A	B	B	A	B	B	A

# Diseño en bloques

- Una posible mejora en el Diseño del experimento sobre plantas de tomates.
- Un jardinero amateur desea descubrir si un cambio en la mezcla de fertilizante aplicado a sus plantas de tomate resultaría en una mejora del rendimiento.
- Tiene doce plantas en una hilera y su primera idea es aplicar el fertilizante conocido (A) a seis plantas elegidas al azar. A las seis plantas restantes les aplica el fertilizante que desea comparar (B).
- En la siguiente tabla se muestra la asignación de tratamientos

Planta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Tratamiento	B	B	A	A	A	A	B	B	A	B	B	A

# Diseño en bloques

- Una posible mejora en el Diseño del experimento sobre plantas de tomates.
- Un jardinero amateur desea descubrir si un cambio en la mezcla de fertilizante aplicado a sus plantas de tomate resultaría en una mejora del rendimiento.
- Tiene doce plantas en una hilera y su primera idea es aplicar el fertilizante conocido (A) a seis plantas elegidas al azar. A las seis plantas restantes les aplica el fertilizante que desea comparar (B).
- En la siguiente tabla se muestra la asignación de tratamientos

Planta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Tratamiento	B	B	A	A	A	A	B	B	A	B	B	A

Planta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Tratamiento	B	B	A	A	A	A	B	B	A	B	B	A

El diseño completamente al azar usado por el jardinero es válido.

Un esquema igualmente válido que consiste en considerar pares aleatorizados hubiese sido más sensato, en el sentido de que el error en la diferencia estimada sería más pequeño y entonces la oportunidad de detectar diferencias pequeñas sería más grande.

Se espera que las plantas contiguas sean más parecidas entre sí y podrían ser usadas como base para los pares aleatorizados.

Dado que se desea probar cada fertilizante en seis plantas, se toman parejas y dentro de cada pareja se asigna cada uno de los fertilizantes al azar.

Un arreglo posible se muestra abajo.

El error relevante aparecería solamente a partir de las diferencias entre plantas adyacentes y sería considerablemente menor que el error del diseño completamente al azar el cual mide las diferencias entre todas las plantas.

Planta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Tratamiento	A	B	A	B	A	B	B	A	B	A	A	B

Planta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Tratamiento	A	B	A	B	A	B	B	A	B	A	A	B

El diseño por pares, sin embargo, no siempre es más sensible.

En datos industriales, por ejemplo, las observaciones adyacentes están correlacionadas negativamente, de manera que las comparaciones dentro de los pares son menos parecidas que otras comparaciones.

Más aún, en el experimento mencionado que utiliza 12 plantas se tiene que:

- para el diseño completamente al azar la distribución  $t$  de referencia tendría 10 grados de libertad
- para el diseño por pares (bloqueado) la distribución sólo tendría 5 grados de libertad

De modo que se esperaría ganancia del diseño por bloques sólo si la reducción en la varianza obtenida mediante los bloques compensa el decremento en grados de libertad.

Planta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Tratamiento	A	B	A	B	A	B	B	A	B	A	A	B

El diseño por pares, sin embargo, no siempre es más sensible.

En datos industriales, por ejemplo, las observaciones adyacentes están correlacionadas negativamente, de manera que las comparaciones dentro de los pares son menos parecidas que otras comparaciones.

Más aún, en el experimento mencionado que utiliza 12 plantas se tiene que:

- para el diseño completamente al azar la distribución  $t$  de referencia tendría 10 grados de libertad
- para el diseño por pares (bloqueado) la distribución sólo tendría 5 grados de libertad

De modo que se esperaría ganancia del diseño por bloques sólo si la reducción en la varianza obtenida mediante los bloques compensa el decremento en grados de libertad.

Planta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Tratamiento	A	B	A	B	A	B	B	A	B	A	A	B

El diseño por pares, sin embargo, no siempre es más sensible.

En datos industriales, por ejemplo, las observaciones adyacentes están correlacionadas negativamente, de manera que las comparaciones dentro de los pares son menos parecidas que otras comparaciones.

Más aún, en el experimento mencionado que utiliza 12 plantas se tiene que:

- para el diseño completamente al azar la distribución  $t$  de referencia tendría 10 grados de libertad
- para el diseño por pares (bloqueado) la distribución sólo tendría 5 grados de libertad

De modo que se esperaría ganancia del diseño por bloques sólo si la reducción en la varianza obtenida mediante los bloques compensa el decremento en grados de libertad.

Planta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Tratamiento	A	B	A	B	A	B	B	A	B	A	A	B

El diseño por pares, sin embargo, no siempre es más sensible.

En datos industriales, por ejemplo, las observaciones adyacentes están correlacionadas negativamente, de manera que las comparaciones dentro de los pares son menos parecidas que otras comparaciones.

Más aún, en el experimento mencionado que utiliza 12 plantas se tiene que:

- para el diseño completamente al azar la distribución  $t$  de referencia tendría 10 grados de libertad
- para el diseño por pares (bloqueado) la distribución sólo tendría 5 grados de libertad

De modo que se esperaría ganancia del diseño por bloques sólo si la reducción en la varianza obtenida mediante los bloques compensa el decremento en grados de libertad.

# Diseño de cuadrado latino

Antes de ejecutar un cuadrado latino o un diseño similar, asegúrese de aleatorizar el diseño.

Por ejemplo, permute aleatoriamente los renglones y luego las columnas, y finalmente aleatorize asignando los tratamientos a las letras. 3x3

A	B	C
B	C	A
C	A	B

A	B	C
C	A	B
B	C	A

# Diseño de cuadrado latino

Antes de ejecutar un cuadrado latino o un diseño similar, asegúrese de aleatorizar el diseño.

Por ejemplo, permute aleatoriamente los renglones y luego las columnas, y finalmente aleatorize asignando los tratamientos a las letras. 3x3

A	B	C
B	C	A
C	A	B

A	B	C
C	A	B
B	C	A

# Diseño de cuadrado latino

Para formar el cuadrado greco-latino de 3x3, sobreponga los dos diseños.

Usando letras griegas para el segundo cuadrado latino de 3x3, tenemos.

A	B	C
B	C	A
C	A	B

# Diseño de cuadrado latino

Para formar el cuadrado greco-latino de 3x3, sobreponga los dos diseños.

Usando letras griegas para el segundo cuadrado latino de 3x3, tenemos.

A	B	C
B	C	A
C	A	B

## Diseño de cuadrado latino

4x4

A	B	C	D
B	A	D	C
C	D	A	B
D	C	B	A

A	B	C	D
D	C	B	A
B	A	D	C
C	D	A	B

A	B	C	D
C	D	A	B
D	C	B	A
B	A	D	C

Estos tres cuadrados latinos 4x4 pueden ser sobrepuestos para formar un cuadrado hiper-greco-latino.

La sobreposición de cualquier par da un diseño de cuadrado greco-latino.

A	B	C	D
B	A	D	C
C	D	A	B
D	C	B	A

Cuadrado latino

Cuadrado greco-latino

Cuadrado hiper-greco-latino