

# Lección 5.1: Diseño de experimentos fraccionados

**Alfaomega**

Alfaomega-UAQro-CIMAT

2016

- 1 Presentación
- 2 Ideas generales del diseño  $2^3$
- 3 Fracción de un diseño  $2^3$
- 4 Fracción del diseño  $2^4$
- 5 Fracción del diseño  $2^5$
- 6 Fracción del diseño  $2^6$
- 7 Resumen de las fracciones de 4, 5, 6 y 7
- 8 Fracciones y aplicaciones

- 1 Descripción de ideas y actividades que se realizarán en esta lección.
  - La lección 5.2 motiva la necesidad de fraccionar un experimento, ahí se mostrará un ejemplo de un diseño  $2^{4-1}$ .
  - En esta lección se describe el procedimiento para fraccionar un diseño:  $2^{k-1}$ .
  - Se presenta un caso de estudio para describir la planeación, realización y análisis de este tipo de diseño para  $2^{5-2}$ .
  - Mediante el uso del lenguaje de programación R, se estudiará la parte operativa con el fin de reforzar el conocimiento estadístico de los resultados. Lección 5.4
- 2 El procedimiento del caso de estudio se puede repetir en actividades que realizamos en nuestros trabajos, estudios o investigaciones en medicina, biología, psicología entre otras áreas.
- 3 Algunos ejercicios se resolverán usando paquetes estadísticos comerciales. Lecciones 5.3 y 5.4

- 1 Descripción de ideas y actividades que se realizarán en esta lección.
  - La lección 5.2 motiva la necesidad de fraccionar un experimento, ahí se mostrará un ejemplo de un diseño  $2^{4-1}$ .
  - En esta lección se describe el procedimiento para fraccionar un diseño:  $2^{k-1}$ .
  - Se presenta un caso de estudio para describir la planeación, realización y análisis de este tipo de diseño para  $2^{5-2}$ .
  - Mediante el uso del lenguaje de programación R, se estudiará la parte operativa con el fin de reforzar el conocimiento estadístico de los resultados. Lección 5.4
- 2 El procedimiento del caso de estudio se puede repetir en actividades que realizamos en nuestros trabajos, estudios o investigaciones en medicina, biología, psicología entre otras áreas.
- 3 Algunos ejercicios se resolverán usando paquetes estadísticos comerciales. Lecciones 5.3 y 5.4

- 1 Descripción de ideas y actividades que se realizarán en esta lección.
  - La lección 5.2 motiva la necesidad de fraccionar un experimento, ahí se mostrará un ejemplo de un diseño  $2^{4-1}$ .
  - En esta lección se describe el procedimiento para fraccionar un diseño:  $2^{k-1}$ .
  - Se presenta un caso de estudio para describir la planeación, realización y análisis de este tipo de diseño para  $2^{5-2}$ .
  - Mediante el uso del lenguaje de programación R, se estudiará la parte operativa con el fin de reforzar el conocimiento estadístico de los resultados. Lección 5.4
- 2 El procedimiento del caso de estudio se puede repetir en actividades que realizamos en nuestros trabajos, estudios o investigaciones en medicina, biología, psicología entre otras áreas.
- 3 Algunos ejercicios se resolverán usando paquetes estadísticos comerciales. Lecciones 5.3 y 5.4

- 1 Descripción de ideas y actividades que se realizarán en esta lección.
  - La lección 5.2 motiva la necesidad de fraccionar un experimento, ahí se mostrará un ejemplo de un diseño  $2^{4-1}$ .
  - En esta lección se describe el procedimiento para fraccionar un diseño:  $2^{k-1}$ .
  - Se presenta un caso de estudio para describir la planeación, realización y análisis de este tipo de diseño para  $2^{5-2}$ .
  - Mediante el uso del lenguaje de programación R, se estudiará la parte operativa con el fin de reforzar el conocimiento estadístico de los resultados. Lección 5.4
- 2 El procedimiento del caso de estudio se puede repetir en actividades que realizamos en nuestros trabajos, estudios o investigaciones en medicina, biología, psicología entre otras áreas.
- 3 Algunos ejercicios se resolverán usando paquetes estadísticos comerciales. Lecciones 5.3 y 5.4

- 1 Descripción de ideas y actividades que se realizarán en esta lección.
  - La lección 5.2 motiva la necesidad de fraccionar un experimento, ahí se mostrará un ejemplo de un diseño  $2^{4-1}$ .
  - En esta lección se describe el procedimiento para fraccionar un diseño:  $2^{k-1}$ .
  - Se presenta un caso de estudio para describir la planeación, realización y análisis de este tipo de diseño para  $2^{5-2}$ .
  - Mediante el uso del lenguaje de programación R, se estudiará la parte operativa con el fin de reforzar el conocimiento estadístico de los resultados. Lección 5.4
- 2 El procedimiento del caso de estudio se puede repetir en actividades que realizamos en nuestros trabajos, estudios o investigaciones en medicina, biología, sicología entre otras áreas.
- 3 Algunos ejercicios se resolverán usando paquetes estadísticos comerciales. Lecciones 5.3 y 5.4

- 1 Descripción de ideas y actividades que se realizarán en esta lección.
  - La lección 5.2 motiva la necesidad de fraccionar un experimento, ahí se mostrará un ejemplo de un diseño  $2^{4-1}$ .
  - En esta lección se describe el procedimiento para fraccionar un diseño:  $2^{k-1}$ .
  - Se presenta un caso de estudio para describir la planeación, realización y análisis de este tipo de diseño para  $2^{5-2}$ .
  - Mediante el uso del lenguaje de programación R, se estudiará la parte operativa con el fin de reforzar el conocimiento estadístico de los resultados. Lección 5.4
- 2 El procedimiento del caso de estudio se puede repetir en actividades que realizamos en nuestros trabajos, estudios o investigaciones en medicina, biología, sicología entre otras áreas.
- 3 Algunos ejercicios se resolveran usando paquetes estadísticos comerciales. Lecciones 5.3 y 5.4



- 1 Descripción de ideas y actividades que se realizarán en esta lección.
  - La lección 5.2 motiva la necesidad de fraccionar un experimento, ahí se mostrará un ejemplo de un diseño  $2^{4-1}$ .
  - En esta lección se describe el procedimiento para fraccionar un diseño:  $2^{k-1}$ .
  - Se presenta un caso de estudio para describir la planeación, realización y análisis de este tipo de diseño para  $2^{5-2}$ .
  - Mediante el uso del lenguaje de programación R, se estudiará la parte operativa con el fin de reforzar el conocimiento estadístico de los resultados. Lección 5.4
- 2 El procedimiento del caso de estudio se puede repetir en actividades que realizamos en nuestros trabajos, estudios o investigaciones en medicina, biología, psicología entre otras áreas.
- 3 Algunos ejercicios se resolverán usando paquetes estadísticos comerciales. Lecciones 5.3 y 5.4

# Diseño de Experimentos $2^3$

Diseños factorial  $2^k$  fraccionados

Parte conceptual del modulo

Objetivo:

- Aprender a fraccionar diseños factoriales
- Evaluar la utilidad de estos diseños en el contexto de un proyecto

Repaso:

A continuación dos transparencias que plantean un diseño  $2^3$

# Proceso químico continuo

## Problema

El proceso genera impurezas como resultado se obtiene una baja calidad en el producto

Entre las metas principales del proceso están

- Disminuir el número de impurezas
- Optimizar el costo
- Reducir la variabilidad del proceso

## Factores de Control

Niveles	1	2
	-1	1
Temperatura	180	210
Concentración del catalizador	25	35
Re agente químico del proceso (B)	12	15

Variable de respuesta Y: número de impurezas

## Ilustra la estimación del efecto de interacción BC

tra	I	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	Y
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	Y <sub>111</sub>
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	Y <sub>211</sub>
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	Y <sub>121</sub>
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	Y <sub>221</sub>
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	Y <sub>112</sub>
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	Y <sub>212</sub>
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	Y <sub>122</sub>
8	1	1	1	1	1	1	1	1	Y <sub>222</sub>

$$\hat{\delta}_{BC} = y_{111} + y_{211} - y_{121} - y_{221} - y_{112} - y_{212} + y_{122} + y_{222}/4$$

Escriba la estimación de los otros efectos.

# Procedimiento

Diseño completo  $2^3$ 

I	A	B	C	ABC
1	1	-1	-1	-1
2	1	1	-1	1
3	1	-1	1	1
4	1	1	1	-1
5	1	-1	-1	1
6	1	1	-1	-1
7	1	-1	1	-1
8	1	1	1	1

Mitad del Diseño  $2^3$   
Es decir  $2^{3/2}$ 

I	A	B	C	ABC
2	1	1	-1	1
3	1	-1	1	1
5	1	-1	-1	1
8	1	1	1	1



I	A	B	C	ABC
1	1	-1	-1	-1
4	1	1	1	-1
6	1	1	-1	-1
7	1	-1	1	-1

Note:

- Con esta estrategia sólo se requiere realizar 4 pruebas en lugar de ocho.
- Se pierde información y
- Se gana conocimiento con menos esfuerzo.
- El procedimiento divide el efecto de interacción triple en dos esquemas:
- $I=ABC$  pruebas positivas o
- $I=ABC$  pruebas negativas

# Procedimiento



Note:

- Con esta estrategia sólo se requiere realizar 4 pruebas en lugar de ocho.
- Se pierde información y
- Se gana conocimiento con menos esfuerzo.
- El procedimiento divide el efecto de interacción triple en dos esquemas:
- I=ABC pruebas positivas o
- I=ABC pruebas negativas

# Procedimiento

Diseño completo  $2^3$

t	I	A	B	C	ABC
1	1	-1	-1	-1	-1
2	1	1	-1	-1	1
3	1	-1	1	-1	1
4	1	1	1	-1	-1
5	1	-1	-1	1	1
6	1	1	-1	1	-1
7	1	-1	1	1	-1
8	1	1	1	1	1

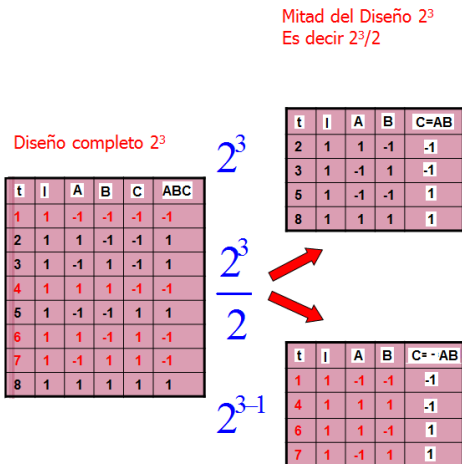
 $2^3$ 
 $\frac{2^3}{2}$ 
 $2^{3-1}$ 

Mitad del Diseño  $2^3$   
Es decir  $2^{3/2}$

t	I	A	B	C	ABC
2	1	1	-1	-1	1
3	1	-1	1	-1	1
5	1	-1	-1	1	1
8	1	1	1	1	1

t	I	A	B	C	ABC
1	1	-1	-1	-1	-1
4	1	1	1	-1	-1
6	1	1	-1	1	-1
7	1	-1	1	1	-1

## Estructura alias



Note:

- I representa la columna identidad, en ese sentido si multiplica la columna de cada factor tendrá la identidad, ejemplo:  $I=AA$ .
- Multiplique cada factor por  $I=ABC$ , así se tiene que
- $AI=AABC=BC$ ,  $BI=ABBC=AC$ ,  $CI=ABCC=AB$ .
- Esta situación se interpreta diciendo que A y BC proporcionan la misma información. En este caso se dice que el factor A y la interacción BC son *alias*.
- ¿Cómo se expresan los factores B y C?



## Estructura alias

Diseño completo  $2^3$

t	I	A	B	C	ABC
1	1	-1	-1	-1	-1
2	1	1	-1	-1	1
3	1	-1	1	-1	1
4	1	1	1	-1	-1
5	1	-1	-1	1	1
6	1	1	-1	1	-1
7	1	-1	1	1	-1
8	1	1	1	1	1

$2^3$

Mitad del Diseño  $2^3$   
Es decir  $2^{3/2}$

t	I	A	B	C=AB
2	1	1	-1	-1
3	1	-1	1	-1
5	1	-1	-1	1
8	1	1	1	1

$2^2$

$2$

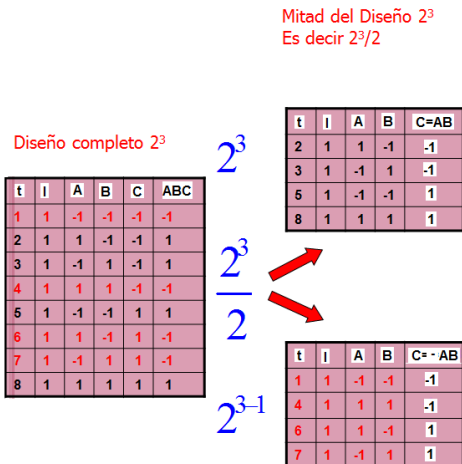
t	I	A	B	C=-AB
1	1	-1	-1	-1
4	1	1	1	-1
6	1	1	-1	1
7	1	-1	1	1

$2^{3-1}$

Note:

- I representa la columna identidad, en ese sentido si multiplica la columna de cada factor tendrá la identidad, ejemplo:  $I=AA$ .
- Multiplique cada factor por  $I=ABC$ , así se tiene que
  - $AI=AABC=BC$ ,  $BI=ABBC=AC$ ,  $CI=ABCC=AB$ .
  - Esta situación se interpreta diciendo que A y BC proporcionan la misma información. En este caso se dice que el factor A y la interacción BC son *alias*.
  - ¿Cómo se expresan los factores B y C?

## Estructura alias



Note:

- I representa la columna identidad, en ese sentido si multiplica la columna de cada factor tendrá la identidad, ejemplo:  $I=AA$ .
- Multiplique cada factor por  $I=ABC$ , así se tiene que
- $AI=AABC=BC$ ,  $BI=ABBC=AC$ ,  $CI=ABCC=AB$ .
- Esta situación se interpreta diciendo que A y BC proporcionan la misma información. En este caso se dice que el factor A y la interacción BC son *alias*.
- ¿Cómo se expresan los factores B y C?

## Estructura alias

Diseño completo  $2^3$ 

t	I	A	B	C	ABC
1	1	-1	-1	-1	-1
2	1	1	-1	-1	1
3	1	-1	1	-1	1
4	1	1	1	-1	-1
5	1	-1	-1	1	1
6	1	1	-1	1	-1
7	1	-1	1	1	-1
8	1	1	1	1	1

 $2^3$  $2^3$  $2$  $2^{3-1}$ 

Mitad del Diseño  $2^3$   
Es decir  $2^{3/2}$

t	I	A	B	C=AB
2	1	1	-1	-1
3	1	-1	1	-1
5	1	-1	-1	1
8	1	1	1	1

t	I	A	B	C=-AB
1	1	-1	-1	-1
4	1	1	1	-1
6	1	1	-1	1
7	1	-1	1	1

Note:

- I representa la columna identidad, en ese sentido si multiplica la columna de cada factor tendrá la identidad, ejemplo:  $I=AA$ .
- Multiplique cada factor por  $I=ABC$ , así se tiene que
- $AI=AABC=BC$ ,  $BI=ABBC=AC$ ,  $CI=ABCC=AB$ .
- Esta situación se interpreta diciendo que A y BC proporcionan la misma información. En este caso se dice que el factor A y la interacción BC son *alias*.
- ¿Cómo se expresan los factores B y C?

## Estructura alias

Diseño completo  $2^3$ 

t	I	A	B	C	ABC
1	1	-1	-1	-1	-1
2	1	1	-1	-1	1
3	1	-1	1	-1	1
4	1	1	1	-1	-1
5	1	-1	-1	1	1
6	1	1	-1	1	-1
7	1	-1	1	1	-1
8	1	1	1	1	1

 $2^3$  $2^3$  $2$  $2^{3-1}$ 

Mitad del Diseño  $2^3$   
Es decir  $2^{3/2}$

t	I	A	B	C=AB
2	1	1	-1	-1
3	1	-1	1	-1
5	1	-1	-1	1
8	1	1	1	1

t	I	A	B	C=-AB
1	1	-1	-1	-1
4	1	1	1	-1
6	1	1	-1	1
7	1	-1	1	1

Note:

- I representa la columna identidad, en ese sentido si multiplica la columna de cada factor tendrá la identidad, ejemplo:  $I=AA$ .
- Multiplique cada factor por  $I=ABC$ , así se tiene que
- $AI=AABC=BC$ ,  $BI=ABBC=AC$ ,  $CI=ABCC=AB$ .
- Esta situación se interpreta diciendo que A y BC proporcionan la misma información. En este caso se dice que el factor A y la interacción BC son *alias*.
- ¿Cómo se expresan los factores B y C?

## Alias C y AB

Mitad del Diseño  $2^3$   
Es decir  $2^3/2$

Diseño completo  $2^3$

t	I	A	B	C	ABC
1	1	-1	-1	-1	-1
2	1	1	-1	-1	1
3	1	-1	1	-1	1
4	1	1	1	-1	-1
5	1	-1	-1	1	1
6	1	1	-1	1	-1
7	1	-1	1	1	-1
8	1	1	1	1	1

 $2^3$  $2^3$   
 $2$  $2^{3-1}$ 

t	I	A	B	C=AB
2	1	1	-1	-1
3	1	-1	1	-1
5	1	-1	-1	1
8	1	1	1	1

t	I	A	B	C=-AB
1	1	-1	-1	-1
4	1	1	1	-1
6	1	1	-1	1
7	1	-1	1	1

- Vea con detalle los siguientes puntos.
- Observe que a partir de la relación  $I=ABC$  se tiene que  $C=AB$ . De esta manera con la interacción doble AB se genera el factor C.
- De manera análoga  $C=-AB$ .

## Alias C y AB

Mitad del Diseño  $2^3$   
Es decir  $2^3/2$

Diseño completo  $2^3$

t	I	A	B	C	ABC
1	1	-1	-1	-1	-1
2	1	1	-1	-1	1
3	1	-1	1	-1	1
4	1	1	1	-1	-1
5	1	-1	-1	1	1
6	1	1	-1	1	-1
7	1	-1	1	1	-1
8	1	1	1	1	1

 $2^3$  $2^3$   
 $2$  $2^{3-1}$ 

t	I	A	B	C=AB
2	1	1	-1	-1
3	1	-1	1	-1
5	1	-1	-1	1
8	1	1	1	1

t	I	A	B	C=-AB
1	1	-1	-1	-1
4	1	1	1	-1
6	1	1	-1	1
7	1	-1	1	1

- Vea con detalle los siguientes puntos.
- Observe que a partir de la relación  $I=ABC$  se tiene que  $C=AB$ . De esta manera con la interacción doble AB se genera el factor C.
- De manera análoga  $C=-AB$ .

## Alias C y AB

Mitad del Diseño  $2^3$   
Es decir  $2^3/2$

Diseño completo  $2^3$

t	I	A	B	C	ABC
1	1	-1	-1	-1	-1
2	1	1	-1	-1	1
3	1	-1	1	-1	1
4	1	1	1	-1	-1
5	1	-1	-1	1	1
6	1	1	-1	1	-1
7	1	-1	1	1	-1
8	1	1	1	1	1

 $2^3$  $2^3$   
 $2$  $2^{3-1}$ 

t	I	A	B	C=AB
2	1	1	-1	-1
3	1	-1	1	-1
5	1	-1	-1	1
8	1	1	1	1

t	I	A	B	C=-AB
1	1	-1	-1	-1
4	1	1	1	-1
6	1	1	-1	1
7	1	-1	1	1

- Vea con detalle los siguientes puntos.
- Observe que a partir de la relación  $I=ABC$  se tiene que  $C=AB$ . De esta manera con la interacción doble AB se genera el factor C.
- De manera análoga  $C=-AB$ .

## Ejemplo: Caso del transformador

Se expone en la lección 5.2

$2^4$						CD	BD	AD
	I	A	B	C	D=ABC	AB	AC	BC
	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1
$2^4$	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1
$\frac{2^4}{2}$	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1
	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1
	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1
$2^{4-1}$	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1

Se desea estudiar el efecto que tienen cuatro factores de control en el grosor de pintura que se tiene en los transformadores.

Variable de respuesta: grosor de pintura.



## Ejemplo: Caso del transformador

Se expone en la lección 5.2

$2^4$						CD	BD	AD
	I	A	B	C	D=ABC	AB	AC	BC
	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1
$2^4$	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1
$\frac{2^4}{2}$	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1
	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1
	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1
$2^{4-1}$	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1

Se desea estudiar el efecto que tienen cuatro factores de control en el grosor de pintura que se tiene en los transformadores.

Variable de respuesta: grosor de pintura.

## Planteamiento del diseño

Se desea estudiar el efecto que tienen cuatro factores de control en el grosor de pintura que se tiene en los transformadores.

Variable de respuesta: grosor de pintura.

Factores de control	N1	N2
A Sustancia Q	10	20
B Presión del fluido	15	30
C Temperatura	65	75
D Tipo de pintura	1	2

Este experimento se plantea como un diseño factorial  $2^4$ . Se desea fraccionarlo a la mitad. ¿Cómo lo fraccionaría?

# Construcción del generador: Interacción triple ABC

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>ABC</b>
-1	-1	-1	-1
1	-1	-1	1
-1	1	-1	1
1	1	-1	-1
-1	-1	1	1
1	-1	1	-1
-1	1	1	-1
1	1	1	1

# Construcción del generador:

Interacción triple ABC

A	B	C	D=ABC
-1	-1	-1	-1
1	-1	-1	1
-1	1	-1	1
1	1	-1	-1
-1	-1	1	1
1	-1	1	-1
-1	1	1	-1
1	1	1	1

Generador D=ABC

Así el factor D es alias del efecto de interacción triple

# Construcción del generador:

Interacción triple ABC

A	B	C	D=ABC	CD	BD	AD
				AB	AC	BC
-1	-1	-1	-1	1	1	1
1	-1	-1	1	-1	-1	1
-1	1	-1	1	-1	1	-1
1	1	-1	-1	1	-1	-1
-1	-1	1	1	1	-1	-1
1	-1	1	-1	-1	1	-1
-1	1	1	-1	-1	-1	1
1	1	1	1	1	1	1

Esquema general del diseño factorial  $2^{4-1}$

# Generador de la fracción:

D=ABC y estructura alias

$$I=ABCD$$

$$AI=BCD$$

$$BI=ACD$$

$$CI=ABD$$

$$DI=ABC$$

# Generador de la fracción:

D=ABC y estructura alias

I=ABCD

AI=BCD

BI=ACD

CI=ABD

DI=ABC

I=ABCD

ABI=CD

ACI=BD

ADI=BC

# Generador de la fracción:

D=ABC y estructura alias

I=ABCD

AI=BCD

BI=ACD

CI=ABD

DI=ABC

I=ABCD

ABI=CD

ACI=BD

ADI=BC

*Efectos confundidos con efectos triples y algunos dobles con dobles*



# Generador de la fracción:

D=ABC y estructura alias

$$I=ABCD$$

$$AI=BCD$$

$$BI=ACD$$

$$CI=ABD$$

$$DI=ABC$$

$$I=ABCD$$

$$ABI=CD$$

$$ACI=BD$$

$$ADI=BC$$

$$I=-ABCD$$

$$A=-BCD$$

$$B=-ACD$$

$$C=-ABD$$

$$D=-ABC$$

$$I=-ABCD$$

$$AB=-CD$$

$$AC=-BD$$

$$AD=-BC$$

*Efectos confundidos con efectos triples y algunos dobles con dobles*

# Caso de estudio: Proyecto para la limpieza

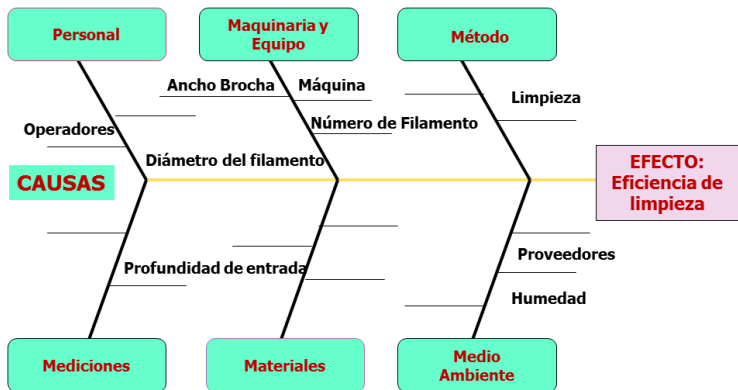
## Antecedentes

- La empresa que manufactura una máquina limpiadora llevo a cabo una evaluación de la eficiencia de limpieza de su producto. Para ello se realizaron entrevista con los clientes. Como resultado de esta actividad los usuarios indicaron que deseaban un aumento en la eficiencia de la máquina.
- A partir de esta información la empresa organizo reuniones de trabajo y de estas se planteo llevar un proyecto experimental con el fin de mejorar la eficiencia de limpieza de la máquina.
- Se formo un equipo de trabajo para desarrollar el proyecto. En la primera etapa no se hará una evaluación del impacto económico del costo-beneficio de la mejora de la máquina.
- Este es un ejemplo reportado en la literatura estadística.

# Inicio del proyecto

El equipo de trabajo utiliza un diagrama de causa efecto para identificar posibles factores que afecten la eficiencia de limpieza.

## Diagrama Espina de Pescado



## Documentación del experimento

Objetivo: Estudiar el efecto que tienen los siguientes cinco factores de control sobre la eficiencia en el limpieza. Ejemplo de la literatura estadística

**Variable de respuesta:** Eficiencia en la limpieza.

Factores de control	N1	N2
A Diámetro del filamento	20	25
B Longitud del filamento	3	5
C Número de filamentos	15000	20000
D Ancho de la brocha	2	5
E Profundidad de entrada	25	40

El equipo de trabajo se plantea realizar un experimento fraccionado con estos cinco factores. Ellos desean tener ocho tratamientos, así que necesitan un cuarto del diseño  $2^5$ . En este caso necesitan dividir en 4 el diseño original, por hacer esta división requieren de dos generadores.

## Documentación del experimento

$$2^5$$

$$\frac{2^5}{2^2}$$

$$2^{5-2}$$

## Generadores D=AB y E=AC

I	A	B	C				
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
1	1	1	-1	1	-1	-1	-1
1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
1	1	-1	1	-1	1	-1	-1
1	-1	1	1	-1	-1	1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1

La respuesta Y es el volumen \* 10<sup>-7</sup> revoluciones.

$$I_1 = ABD \text{ y } I_2 = ACE$$

I	A	B	C	D=AB	E=AC	BC	BE	Y
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	145
1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	184
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	125
1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	147
1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	170
1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	132
1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	123
1	1	1	1	1	1	1	1	96

¿Cuál es la estructura alias?

La respuesta Y es el volumen \*  $10^{-7}$  revoluciones.

## Análisis

Parámetros	Efecto	Coefficiente	Error estándar	Estadístico	valor-p
Constante	140.2500	140.2500	0.6374	220.0423	0.0000
B	-35.0000	-17.5000	0.6374	-27.4563	0.0013
C	-20.0000	-10.0000	0.6374	-15.6893	0.0040
E	-31.5000	-15.7500	0.6374	-24.7106	0.0016
B*C	-6.5000	-3.2500	0.6374	-5.0990	0.0364
B*E	7.0000	3.5000	0.6374	5.4913	0.0316

$$\hat{Y} = 140.25 - 17.5B - 10C - 15.75E - 3.25BC + 3.5BE$$

## Análisis de la varianza (andeva)

Fuente	SC	GL	CM	RV	valor-p
Modelo	5417.0000	5	1083.4000	333.3538	0.0030
Residual	6.5000	2	3.2500		
Total	5423.5000	7			



Diseño factorial fraccionado  $2^{6-3}$ Generadores  $D=AB$ ,  $E=AC$  y  $F=BC$ 

I	A	B	C	D=AB	E=AC	F=BC	AF
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
1	1	1	-1	1	-1	-1	-1
1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
1	1	-1	1	-1	1	-1	-1
1	-1	1	1	-1	-1	1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1

¿Cuál es la estructura alias?

Factorial  $2^3$ 

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>AB</b>	<b>AC</b>	<b>BC</b>	<b>ABC</b>
<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>
<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>
<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>

Factorial fracionado  $2^{4-1}$ 

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>CD</b> <b>AB</b>	<b>BD</b> <b>AC</b>	<b>AD</b> <b>BC</b>	<b>D</b> <b>ABC</b>
<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>
<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>
<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>

Factorial fracionado  $2^{5-2}$ 

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b> <b>AB</b>	<b>E</b> <b>AC</b>	<b>DE</b> <b>BC</b>	<b>BE</b> <b>CD</b> <b>ABC</b>
<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>
<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>
<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>

Factorial fracionado  $2^{6-3}$ 

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b> <b>AB</b>	<b>E</b> <b>AC</b>	<b>F</b> <b>BC</b>	<b>ABC</b>
<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>
<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>
<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>

Factorial fracionado  $2^{7-4}$ 

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D AB</b>	<b>E AC</b>	<b>F BC</b>	<b>G ABC</b>
<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>
<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>
<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>

# Diseño altamente fraccionado 11 factores

## Proceso ciclo de mezclado

A partir del diagrama causa efecto se detectaron entre otras las siguientes variables

Ejemplo propuesto por Montgomery.

Factores de control	Variables de calidad
<b>A: temperatura de inicio</b> <b>B: temperatura de descarga</b> <b>C: velocidad de rotores</b> <b>D: energía consumida</b> <b>E: adición de componentes</b> <b>F: capacidad de llenado</b> <b>G: tiempo de mezclado</b> <b>H: tipo de formulación</b> <b>I: agua de enfriamiento</b> <b>J: sistema de lubricación</b> <b>K: extracción de polvos</b>	<b><math>Y_1</math>: viscosidad</b> <b><math>Y_2</math>: gravedad específica</b> <b><math>Y_3</math>: dureza</b> <b><math>Y_4</math>: propiedades físicas</b> <b><math>Y_5</math>: color</b>

Generadores de un diseño  $2^{11-7}$  y su estructura alias

$$I_1 = ABCE$$

$$I_2 = BCDF$$

$$I_3 = ACDG$$

$$I_4 = ABDH$$

$$I_5 = ABCDI$$

$$I_6 = ABJ$$

$$I_7 = ACK$$

$$A = BJ = CK = FI$$

$$B = AJ = EK = GI$$

$$C = AK = EJ = HI$$

$$D = EI = GK = HJ$$

$$E = BK = CJ = DI$$

$$F = AI = GJ = HK$$

$$G = BI = DK = FJ$$

$$H = CI = DJ = FK$$

$$I = AF = BG = DH = DE$$

$$J = AB = CE = DH = FG$$

$$K = AC = BE = DG = FH$$

$$AD = BH = CG = EF$$

$$AE = BC = DF = GH = JK$$

$$AG = BF = CD = EH = IJ$$

$$AH = BD = CF = EG = IK$$



# Se realiza el experimento

Cada tratamiento se selecciona de manera aleatoria.  
Los resultados:

Trat	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	y
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	23
2	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	50
3	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	70
4	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	44
5	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	30
6	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	48
7	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	76
8	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	45
9	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	38
10	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	94
11	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	77
12	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	86
13	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	75
14	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	92
15	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	79
16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	86

# Estimación del efecto de los factores e interacciones, y significancia

Factor	$\bar{y}_+$	$\bar{y}_-$	$\hat{\delta}$	$CM_{\hat{\delta}}$	$S^2_+$	$S^2_-$	
A	68.13	58.5	9.63	370.56	532.7	566.6	s
B	76.38	56.25	14.13	798.06	282.6	755.6	s
C	63.38	60.25	6.13	150.06	497.9	632.8	ns
D	78.38	48.25	30.13	3630.06	312.8	320.8	s
E	65.88	60.75	5.13	105.06	484.9	652.2	ns
F	61.13	65.50	-4.38	76.56	580.9	560.3	ns
G	61.66	65.00	-3.38	45.56	566.3	579.4	ns
H	66.13	60.50	5.63	126.56	337.3	796.9	ns
I	65.38	61.25	4.13	68.06	591.4	551.1	ns
J	53.25	73.38	-19.88	1580.06	637.1	289.4	s
K	59.88	66.75	-6.88	189.06	615.8	509.4	ns
AD	69.63	57.00	12.63	637.56	773.7	287.4	s
AE	61.38	65.25	-3.88	60.06	658.8	484.8	ns
AG	64.88	61.75	3.13	39.06	560.1	586.5	ns
AH	58.88	66.75	-6.88	180.06	645.0	480.2	ns

## Complemento del estudio

Trat	A	B	D	J	AB	AD	bloque	y
1	-1	-1	-1	1	1	1	1	23
2	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	50
3	-1	1	-1	-1	-1	1	1	70
4	1	1	-1	1	1	-1	1	44
5	-1	-1	-1	1	1	1	1	30
6	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	48
7	-1	1	-1	-1	-1	1	1	76
8	1	1	-1	1	1	-1	1	45
9	-1	-1	1	1	1	-1	1	38
10	1	-1	1	-1	-1	1	1	94
11	-1	1	1	-1	-1	-1	1	77
12	1	1	1	1	1	1	1	86
13	-1	-1	1	1	1	-1	1	75
14	1	-1	1	-1	-1	1	1	92
15	-1	1	1	-1	-1	-1	1	79
16	1	1	1	1	1	1	1	86
17	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	33
18	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	50
19	-1	1	1	1	-1	-1	-1	84
20	1	1	1	-1	1	1	-1	87

	A	B	D	J	AB	AD
$\hat{\sigma}_{\text{efecto}}$	9.70	14.08	30.08	-0.13	-19.70	12.62

## Ejemplo 2: Plastificante

**Producto:** Elaboración de un producto plastificante

**Objetivo:.**

**Variable de Respuesta:** Adherencia

Factores de Control:(niveles)	-1	1
A: x1: Temperatura motor	fría	caliente
B: x2: Algoritmo	actual	rediseño
C: x3: Ajuste de pistola	tol baja	tol alta
D: x4: Ajuste externo	tol baja	tol alta
E: x5 potencia	tol baja	tol alta

# Análisis e interpretación de los valores óptimos en un proceso.

Diseño Plakett Burman

	$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$Y:$
1	1	-1	-1	-1	1	5.6
2	1	1	-1	-1	-1	2.1
3	1	1	1	-1	1	4.9
4	1	1	1	1	-1	4.9
5	-1	1	1	1	1	4.1
6	1	-1	1	1	1	5.6
7	-1	1	-1	1	-1	1.9
8	1	-1	1	-1	-1	7.2
9	1	1	-1	1	1	2.4
10	-1	1	1	-1	-1	5.1
11	-1	-1	1	1	-1	7.9
12	1	-1	-1	1	-1	5.3
13	-1	1	-1	-1	1	2.1
14	-1	-1	1	-1	1	7.6
15	-1	-1	-1	1	1	5.5
16	-1	-1	-1	-1	-1	5.3

# Actividades

- Realice el análisis estadístico de los resultados experimentales del plastificante. Respuesta lección 5.3.
- En la siguiente transparencia se aplica un diseño factorial fraccionado de siete factores:  $2^{7-4}$ .
- En este caso, cada tratamiento se aplica a 20 unidades experimentales. La respuesta es cualitativa con tres valores: bien, regular y malo.
- Una solución se obtiene mediante una inspección de los resultados.

Ejemplo 3: Diseño factorial fraccionado  $2^{7-4}$ 

Respuesta cualitativa

Se evaluaron 20 piezas por tratamiento, se tienen las siguientes observaciones.

Proponga una solución.

t	I	A= BD	B= AD	C= AE	D= AB	E= AC	F= BC	G= ABC	bien	regular	malo	Total
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	17	2	1	20
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	6	12	2	20
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	8	12	0	20
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	3	11	6	20
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	18	2	0	20
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	4	15	1	20
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	7	13	0	20
8	1	1	1	1	1	1	1	1	2	10	8	20

## Interprete los resultados

	bien	regular	malo	Total
A1	50	29	1	80
A2	15	48	17	80
B1	45	31	4	80
B2	20	46	14	80
C1	34	37	9	80
C2	31	40	9	80
D1	25	52	3	80
D2	40	25	15	80
E1	34	38	8	80
E2	31	39	10	80
F1	33	40	7	80
F2	32	37	11	80
G1	31	41	8	80
G2	34	36	10	80

Se plantea una solución cuando el nivel del factor corresponde al valor bien:

$A_1 B_1 C_1 D_2 E_1 F_1 G_1$



## Ejemplo 4. Porcentaje de defectuosos

En un proceso de teñido, se evaluó si el tipo de teñido tiene o no tiene defectos en 100 piezas por tratamiento.

Descripción de los factores y niveles.

	nivel 1	nivel 2
Factores	-1	1
A: temperatura teñido	25	50
B: razón de liquido	35	70
C: contenido de sal	30	75
D: tipo de tinte	existente	nuevo
E: pH	7	9
F: cantidad de tinta	1 %	3 %
G: sustancia de fijación	sin	con

# DISEÑO $2_{III}^{7-4}$

	BD	AD	AE					
I	A	B	C	D=AB	E=AC	F=BC	G=ABC	Def
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	17
1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	43
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	18
1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	25
1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	13
1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	7
1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	7
1	1	1	1	1	1	1	1	69

## Resultado del diseño experimental.

Factor	A	B	C	D	E	F	G
$Def(-)\%$	13.8	20.0	25.8	18.8	22.0	15.8	14.0
$Def(+)\%$	36.0	29.8	24.0	31.0	27.8	34.8	35.8
efecto $\hat{\delta}$							

Solución: Los niveles donde el porcentaje de defectuosos es menor. Donde  
1:- y 2:+

$$A_1B_1C_2D_1E_1F_1G_1$$