Lección 6.1

Estructura de Tratamientos Factoriales 3^k

Alfaomega

Alfaomega-UAQro CIMAT

2016

Lección 6.1

Estructura de Tratamientos Factoriales 3^k

Alfaomega

Alfaomega-UAQro CIMAT

2016

Índice

1. En esta lección se describirán la estructura de tratamientos factoriales de tres niveles 3^k
2. Una importante variedad de esquemas experimentales se estudian cuando el nivel de un factor es mayor a 2.
3. En la lección 6.2 se resuelven una serie de ejercicios usando R, lo que le permitirá adquirir habilidad en el análisis estadístico de este tipo de tratamiento y diseño.
4. A partir de los prototipos o los diferentes materiales expuestos en las lecciones 6.3 y 6.4, se pueden simular diferentes situaciones para planear y realizar el diseño experimental y luego analizar los resultados.

Planteamiento inicial

Tratamiento de un factor: Modelo

$$y_{ij} = \mu + \delta_i + \epsilon_{ij}$$

Donde $i = 1, 2, ..., k$ número de tratamientos, $j = 1, 2, ..., n_k$ número de observaciones en cada tratamiento.

- Efecto de tratamiento $\delta_i = \mu_{i\bullet} - \mu_{\bullet\bullet}$ Mide la discrepancia.
- El trabajo estadístico consiste en estimar el efecto y evaluar su significancia, mediante una estrategia experimental.
- Efecto estimado $\hat{\delta}_i = \hat{y}_{i\bullet} - \hat{y}_{\bullet\bullet}$
- En esta lección, la meta es extender las ideas del tratamiento de un factor a tratamientos de varios factores con tres niveles.

Planteamiento inicial

Tratamiento de un factor: Modelo

$$y_{ij} = \mu + \delta_i + \epsilon_{ij}$$

Donde $i = 1, 2, ..., k$ número de tratamientos, $j = 1, 2, ..., n_k$ número de observaciones en cada tratamiento.

- Efecto de tratamiento $\delta_i = \mu_{i\bullet} - \mu_{\bullet\bullet}$ Mide la discrepancia.
- El trabajo estadístico consiste en estimar el efecto y evaluar su significancia, mediante una estrategia experimental.
- Efecto estimado $\hat{\delta}_i = \hat{y}_{i\bullet} - \hat{y}_{\bullet\bullet}$
- En esta lección, la meta es extender las ideas del tratamiento de un factor a tratamientos de varios factores con tres niveles.

Planteamiento inicial

Tratamiento de un factor: Modelo

$$y_{ij} = \mu + \delta_i + \epsilon_{ij}$$

Donde $i = 1, 2, ..., k$ número de tratamientos, $j = 1, 2, ..., n_k$ número de observaciones en cada tratamiento.

- Efecto de tratamiento $\delta_i = \mu_{i\bullet} - \mu_{\bullet\bullet}$ Mide la discrepancia.
- El trabajo estadístico consiste en estimar el efecto y evaluar su significancia, mediante una estrategia experimental.
- Efecto estimado $\hat{\delta}_i = \hat{y}_{i\bullet} - \hat{y}_{\bullet\bullet}$
- En esta lección, la meta es extender las ideas del tratamiento de un factor a tratamientos de varios factores con tres niveles.

Planteamiento inicial

Tratamiento de un factor: Modelo

$$y_{ij} = \mu + \delta_i + \epsilon_{ij}$$

Donde $i = 1, 2, ..., k$ número de tratamientos, $j = 1, 2, ..., n_k$ número de observaciones en cada tratamiento.

- Efecto de tratamiento $\delta_i = \mu_{i\bullet} - \mu_{\bullet\bullet}$ Mide la discrepancia.
- El trabajo estadístico consiste en estimar el efecto y evaluar su significancia, mediante una estrategia experimental.
- Efecto estimado $\hat{\delta}_i = \hat{y}_{i\bullet} - \hat{y}_{\bullet\bullet}$
- En esta lección, la meta es extender las ideas del tratamiento de un factor a tratamientos de varios factores con tres niveles.

Estructura de tratamiento:
Factorial 3^k

Esquema para un factorial 3^2

- Los factores A y B tienen tres niveles es decir $A: i = 1,2,3$ $B: i = 1,2,3$
- El número de tratamientos es $n = 3 \times 3 = 9$

	Factor B			
Factor A	1	2	3	Total
1	y_{11}	y_{12}	y_{13}	$y_{1\bullet}$
2	y_{21}	y_{22}	y_{23}	$y_{2\bullet}$
3	y_{31}	y_{32}	y_{33}	$y_{3\bullet}$
Total	$y_{\bullet 1}$	$y_{\bullet 2}$	$y_{\bullet 3}$	$y_{\bullet\bullet}$

Por ejemplo $\hat{y}_{i\bullet} = \sum_{j=1}^{3} \hat{y}_{ij}$

Tr	A	B	Y
1	1	1	y_{11}
2	1	2	y_{12}
3	1	3	y_{13}
4	2	1	y_{21}
5	2	2	y_{22}
6	2	3	y_{23}
7	3	1	y_{31}
8	3	2	y_{32}
9	3	3	y_{33}

Estructura de tratamiento:
Factorial 3^k

Esquema para un factorial 3^2

- Los factores A y B tienen tres niveles es decir $A : i = 1, 2, 3$ $B : i = 1, 2, 3$
- El número de tratamientos es $n = 3 \times 3 = 9$

	Factor B			
Factor A	1	2	3	Total
1	y_{11}	y_{12}	y_{13}	$y_{1\bullet}$
2	y_{21}	y_{22}	y_{23}	$y_{2\bullet}$
3	y_{31}	y_{32}	y_{33}	$y_{3\bullet}$
Total	$y_{\bullet 1}$	$y_{\bullet 2}$	$y_{\bullet 3}$	$y_{\bullet\bullet}$

Por ejemplo $\hat{y}_{i\bullet} = \sum_{j=1}^{3} \hat{y}_{ij}$

Tr	A	B	Y
1	1	1	y_{11}
2	1	2	y_{12}
3	1	3	y_{13}
4	2	1	y_{21}
5	2	2	y_{22}
6	2	3	y_{23}
7	3	1	y_{31}
8	3	2	y_{32}
9	3	3	y_{33}

Estructura de tratamiento:
Factorial 3^k

Esquema para un factorial 3^2

- Los factores A y B tienen tres niveles es decir $A : i = 1, 2, 3$ $B : i = 1, 2, 3$
- El número de tratamientos es $n = 3 \times 3 = 9$

	Factor B			
Factor A	1	2	3	Total
1	y_{11}	y_{12}	y_{13}	$y_{1\bullet}$
2	y_{21}	y_{22}	y_{23}	$y_{2\bullet}$
3	y_{31}	y_{32}	y_{33}	$y_{3\bullet}$
Total	$y_{\bullet 1}$	$y_{\bullet 2}$	$y_{\bullet 3}$	$y_{\bullet\bullet}$

Por ejemplo $\hat{y}_{i\bullet} = \sum_{j=1}^{3} \hat{y}_{ij}$

Tr	A	B	Y
1	1	1	y_{11}
2	1	2	y_{12}
3	1	3	y_{13}
4	2	1	y_{21}
5	2	2	y_{22}
6	2	3	y_{23}
7	3	1	y_{31}
8	3	2	y_{32}
9	3	3	y_{33}

Estructura de tratamiento:

Factorial 3^k

Esquema para un factorial 3^2

- Los factores A y B tienen tres niveles es decir $A : i = 1, 2, 3$ $B : i = 1, 2, 3$
- El número de tratamientos es $n = 3 \times 3 = 9$

	Factor B			
Factor A	1	2	3	Total
1	y_{11}	y_{12}	y_{13}	$y_{1\bullet}$
2	y_{21}	y_{22}	y_{23}	$y_{2\bullet}$
3	y_{31}	y_{32}	y_{33}	$y_{3\bullet}$
Total	$y_{\bullet 1}$	$y_{\bullet 2}$	$y_{\bullet 3}$	$y_{\bullet\bullet}$

Por ejemplo $\hat{y}_{i\bullet} = \sum_{j=1}^{3} \hat{y}_{ij}$

Tr	A	B	Y
1	1	1	y_{11}
2	1	2	y_{12}
3	1	3	y_{13}
4	2	1	y_{21}
5	2	2	y_{22}
6	2	3	y_{23}
7	3	1	y_{31}
8	3	2	y_{32}
9	3	3	y_{33}

Estructura tratamiento:

Factorial 3^2

Modelo para dos factores A y B

$$y_{ijl} = \mu + \delta_{A_i} + \delta_{B_j} + \epsilon_{ijl}$$

- Niveles del factor A $i = 1, 2, 3$ Niveles del factor B $j = 1, 2, 3$ Réplicas $l = 1, 2, ..., r$
- Número de tratamientos $n = 3 \times 3 \times r$

Modelo para dos factores A y B con efecto de interacción

$$y_{ijl} = \mu + \delta_{A_i} + \delta_{B_j} + \delta_{A_i B_j} + \epsilon_{ijl}$$

Estructura tratamiento:

Factorial 3^2

Modelo para dos factores A y B

$$y_{ijl} = \mu + \delta_{A_i} + \delta_{B_j} + \epsilon_{ijl}$$

- Niveles del factor A $i = 1, 2, 3$ Niveles del factor B $j = 1, 2, 3$ Réplicas $l = 1, 2, ..., r$
- Número de tratamientos $n = 3 \times 3 \times r$

Modelo para dos factores A y B con efecto de interacción

$$y_{ijl} = \mu + \delta_{A_i} + \delta_{B_j} + \delta_{A_i B_j} + \epsilon_{ijl}$$

Estructura tratamiento:
Factorial 3^2

Modelo para dos factores A y B

$$y_{ijl} = \mu + \delta_{A_i} + \delta_{B_j} + \epsilon_{ijl}$$

- Niveles del factor A $i = 1, 2, 3$ Niveles del factor B $j = 1, 2, 3$ Réplicas $l = 1, 2, ..., r$
- Número de tratamientos $n = 3 \times 3 \times r$

Modelo para dos factores A y B con efecto de interacción

$$y_{ijl} = \mu + \delta_{A_i} + \delta_{B_j} + \delta_{A_iB_j} + \epsilon_{ijl}$$

Estructura tratamiento:
Factorial 3^2

Modelo para dos factores A y B

$$y_{ijl} = \mu + \delta_{A_i} + \delta_{B_j} + \epsilon_{ijl}$$

- Niveles del factor A $i = 1, 2, 3$ Niveles del factor B $j = 1, 2, 3$ Réplicas $l = 1, 2, ..., r$
- Número de tratamientos $n = 3 \times 3 \times r$

Modelo para dos factores A y B con efecto de interacción

$$y_{ijl} = \mu + \delta_{A_i} + \delta_{B_j} + \delta_{A_i B_j} + \epsilon_{ijl}$$

Efecto y suma de cuadrados SC

Cálculos factor A

Nivel	Efecto de factores	Estimación de los efectos	Discrepancias al cuadrado
1	$\delta_{A_1} = \mu_{1\bullet\bullet} - \mu_{\bullet\bullet\bullet}$	$\hat{\delta}_{A_1} = \hat{y}_{1\bullet\bullet} - \hat{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	$\delta^2_{A_1}$
2	$\delta_{A_2} = \mu_{2\bullet\bullet} - \mu_{\bullet\bullet\bullet}$	$\hat{\delta}_{A_2} = \hat{y}_{2\bullet\bullet} - \hat{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	$\delta^2_{A_2}$
3	$\delta_{A_3} = \mu_{1\bullet\bullet} - \mu_{\bullet\bullet\bullet}$	$\hat{\delta}_{A_3} = \hat{y}_{3\bullet\bullet} - \hat{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	$\delta^2_{A_3}$

$$SC_A = 3 * r(\textstyle\sum_{i=1}^{3} \hat{\delta}^2_{A_i})$$

Cálculos factor A

Nivel	Efecto de factores	Estimación de los efectos	Discrepancias al cuadrado
1	$\delta_{B_1} = \mu_{\bullet 1\bullet} - \mu_{\bullet\bullet\bullet}$	$\hat{\delta}_{B_1} = \hat{y}_{\bullet 1\bullet} - \hat{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	$\delta^2_{B_1}$
2	$\delta_{B_2} = \mu_{\bullet 2\bullet} - \mu_{\bullet\bullet\bullet}$	$\hat{\delta}_{B_2} = \hat{y}_{\bullet 2\bullet} - \hat{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	$\delta^2_{B_2}$
3	$\delta_{B_3} = \mu_{\bullet 3\bullet} - \mu_{\bullet\bullet\bullet}$	$\hat{\delta}_{B_3} = \hat{y}_{\bullet 3\bullet} - \hat{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	$\delta^2_{B_3}$

$$SC_B = 3 * r(\textstyle\sum_{j=1}^{3} \hat{\delta}^2_{B_j})$$

Efecto y suma de cuadrados SC

Cálculos factor A

Nivel	Efecto de factores	Estimación de los efectos	Discrepancias al cuadrado
1	$\delta_{A_1} = \mu_{1\bullet\bullet} - \mu_{\bullet\bullet\bullet}$	$\hat{\delta}_{A_1} = \hat{y}_{1\bullet\bullet} - \hat{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	$\delta^2_{A_1}$
2	$\delta_{A_2} = \mu_{2\bullet\bullet} - \mu_{\bullet\bullet\bullet}$	$\hat{\delta}_{A_2} = \hat{y}_{2\bullet\bullet} - \hat{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	$\delta^2_{A_2}$
3	$\delta_{A_3} = \mu_{1\bullet\bullet} - \mu_{\bullet\bullet\bullet}$	$\hat{\delta}_{A_3} = \hat{y}_{3\bullet\bullet} - \hat{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	$\delta^2_{A_3}$

$$SC_A = 3 * r(\sum_{i=1}^{3} \hat{\delta}^2_{A_i})$$

Cálculos factor A

Nivel	Efecto de factores	Estimación de los efectos	Discrepancias al cuadrado
1	$\delta_{B_1} = \mu_{\bullet 1\bullet} - \mu_{\bullet\bullet\bullet}$	$\hat{\delta}_{B_1} = \hat{y}_{\bullet 1\bullet} - \hat{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	$\delta^2_{B_1}$
2	$\delta_{B_2} = \mu_{\bullet 2\bullet} - \mu_{\bullet\bullet\bullet}$	$\hat{\delta}_{B_2} = \hat{y}_{\bullet 2\bullet} - \hat{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	$\delta^2_{B_2}$
3	$\delta_{B_3} = \mu_{\bullet 3\bullet} - \mu_{\bullet\bullet\bullet}$	$\hat{\delta}_{B_3} = \hat{y}_{\bullet 3\bullet} - \hat{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	$\delta^2_{B_3}$

$$SC_B = 3 * r(\sum_{j=1}^{3} \hat{\delta}^2_{B_j})$$

Descripción del Ejemplo

Ejemplo: Cultivo de peces y resultados experimentales

Se realizó una investigación para determinar el peso que gana un pez en un estanque de cultivo.

- **Meta de la investigación:** Los investigadores desean conocer el efecto de la temperatura y la salinidad del agua en el crecimiento de los peces. La variable de respuesta consiste en ver el aumento del peso, medido en gramos.
- **Factores:** A la temperatura (T) en tres niveles $(20^oC,\ 28^oC,\ 36^oC)$ La salinidad del agua (S) en tres niveles $(10\%,\ 25\%,\ 40\%)$
- **Diseño de experimentos:**Factorial 3^2, con tres réplicas. Éstas se considerán homogéneas. Cada uno de los nueve tratamientos se realizó de manera aleatoria.

			Réplica 1			Réplica 2		
T	S	y	T	S	y	T	S	y
1	1	286	1	1	252	1	1	273
1	2	544	1	2	371	1	2	482
1	3	390	1	3	290	1	3	397
2	1	353	2	1	373	2	1	386
2	2	493	2	2	498	2	2	308
2	3	349	2	3	365	2	3	343
3	1	324	3	1	305	3	1	364
3	2	352	3	2	267	3	2	316
3	3	188	3	3	223	3	3	281

Descripción del Ejemplo

Ejemplo: Cultivo de peces y resultados experimentales

Se realizó una investigación para determinar el peso que gana un pez en un estanque de cultivo.

- **Meta de la investigación:** Los investigadores desean conocer el efecto de la temperatura y la salinidad del agua en el crecimiento de los peces. La variable de respuesta consiste en ver el aumento del peso, medido en gramos.
- **Factores:** A la temperatura (T) en tres niveles $(20^oC,\ 28^oC,\ 36^oC)$ La salinidad del agua (S) en tres niveles $(10\%,\ 25\%,\ 40\%)$
- **Diseño de experimentos:** Factorial 3^2, con tres réplicas. Éstas se considerán homogéneas. Cada uno de los nueve tratamientos se realizó de manera aleatoria.

			Réplica 1			**Réplica 2**		
T	S	y	T	S	y	T	S	y
1	1	286	1	1	252	1	1	273
1	2	544	1	2	371	1	2	482
1	3	390	1	3	290	1	3	397
2	1	353	2	1	373	2	1	386
2	2	493	2	2	498	2	2	308
2	3	349	2	3	365	2	3	343
3	1	324	3	1	305	3	1	364
3	2	352	3	2	267	3	2	316
3	3	188	3	3	223	3	3	281

Descripción del Ejemplo

Ejemplo: Cultivo de peces y resultados experimentales

Se realizó una investigación para determinar el peso que gana un pez en un estanque de cultivo.

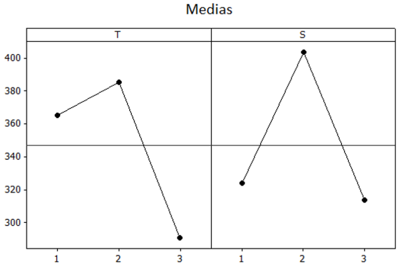
- **Meta de la investigación:** Los investigadores desean conocer el efecto de la temperatura y la salinidad del agua en el crecimiento de los peces. La variable de respuesta consiste en ver el aumento del peso, medido en gramos.
- **Factores:** A la temperatura (T) en tres niveles $(20^oC,\ 28^oC,\ 36^oC)$ La salinidad del agua (S) en tres niveles $(10\%,\ 25\%,\ 40\%)$
- **Diseño de experimentos:**Factorial 3^2, con tres réplicas. Éstas se considerán homogéneas. Cada uno de los nueve tratamientos se realizó de manera aleatoria.

			Réplica 1			Réplica 2		
T	S	y	T	S	y	T	S	y
1	1	286	1	1	252	1	1	273
1	2	544	1	2	371	1	2	482
1	3	390	1	3	290	1	3	397
2	1	353	2	1	373	2	1	386
2	2	493	2	2	498	2	2	308
2	3	349	2	3	365	2	3	343
3	1	324	3	1	305	3	1	364
3	2	352	3	2	267	3	2	316
3	3	188	3	3	223	3	3	281

Análisis estadístico: minitab

Medias

Medias Factor T	Medias Factor S	Media Total
$\bar{y}_{1\bullet\bullet} = 363$	$\bar{y}_{\bullet 1\bullet} = 324$	$\bar{y}_{\bullet\bullet\bullet} = 347.1$
$\bar{y}_{2\bullet\bullet} = 385.3$	$\bar{y}_{\bullet 2\bullet} = 403.4$	
$\bar{y}_{3\bullet\bullet} = 291.1$	$\bar{y}_{\bullet 3\bullet} = 314.0$	



Comentarios

- Las estimaciones sobre las medias están redondeadas. Si se quiere construir el análisis conforme a ellos es posible errores de redondeo, en referencia a los resultados presentados por los paquetes estadísticos.
- Una alternativa de solución, es que uno puede construir los cálculos con el uso de la programación en R. Entre varios beneficios de esta práctica con R, uno de ellos, es que se pueden comprender mejor los conceptos estadísticos.
- Conviene resalatar que nuestra experiencia en la docencia, el uso de los paquetes estadísticos ayuda en el cálculo númerico. Sin embargo, los usuarios o estudiantes les quedan grandes lagunas en la comprensión los conceptos estadísticos.
- Por el momento se ha propuesto el uso de minitab, sin embargo se pueden emplear una gran diversidad de paquetes estadísticos. En otras lecciones se comentará más sobre las diferentes opciones.
- Sobre las interpretaciones, lo invitamos a observar que cada efecto está indicando la discrepancia de los niveles con respecto a la media. Ésta se presenta en el planteamiento de las hipótesis estadísticas. Las que se realizan por la construcción de la tabla del análisis de la varianza que se muestra a continuación.
- Se completa el análisis considerando el efecto de interacción, como se verá más adelante.

Comentarios

- Las estimaciones sobre las medias están redondeadas. Si se quiere construir el análisis conforme a ellos es posible errores de redondeo, en referencia a los resultados presentados por los paquetes estadísticos.
- Una alternativa de solución, es que uno puede construir los cálculos con el uso de la programación en R. Entre varios beneficios de esta práctica con R, uno de ellos, es que se pueden comprender mejor los conceptos estadísticos.
- Conviene resalatar que nuestra experiencia en la docencia, el uso de los paquetes estadísticos ayuda en el cálculo númerico. Sin embargo, los usuarios o estudiantes les quedan grandes lagunas en la comprensión los conceptos estadísticos.
- Por el momento se ha propuesto el uso de minitab, sin embargo se pueden emplear una gran diversidad de paquetes estadísticos. En otras lecciones se comentará más sobre las diferentes opciones.
- Sobre las interpretaciones, lo invitamos a observar que cada efecto está indicando la discrepancia de los niveles con respecto a la media. Ésta se presenta en el planteamiento de las hipótesis estadísticas. Las que se realizan por la construcción de la tabla del análisis de la varianza que se muestra a continuación.
- Se completa el análisis considerando el efecto de interacción, como se verá más adelante.

Comentarios

- Las estimaciones sobre las medias están redondeadas. Si se quiere construir el análisis conforme a ellos es posible errores de redondeo, en referencia a los resultados presentados por los paquetes estadísticos.
- Una alternativa de solución, es que uno puede construir los cálculos con el uso de la programación en R. Entre varios beneficios de esta práctica con R, uno de ellos, es que se pueden comprender mejor los conceptos estadísticos.
- Conviene resalatar que nuestra experiencia en la docencia, el uso de los paquetes estadísticos ayuda en el cálculo númerico. Sin embargo, los usuarios o estudiantes les quedan grandes lagunas en la comprensión los conceptos estadísticos.
- Por el momento se ha propuesto el uso de minitab, sin embargo se pueden emplear una gran diversidad de paquetes estadísticos. En otras lecciones se comentará más sobre las diferentes opciones.
- Sobre las interpretaciones, lo invitamos a observar que cada efecto está indicando la discrepancia de los niveles con respecto a la media. Ésta se presenta en el planteamiento de las hipótesis estadísticas. Las que se realizan por la construcción de la tabla del análisis de la varianza que se muestra a continuación.
- Se completa el análisis considerando el efecto de interacción, como se verá más adelante.

Comentarios

- Las estimaciones sobre las medias están redondeadas. Si se quiere construir el análisis conforme a ellos es posible errores de redondeo, en referencia a los resultados presentados por los paquetes estadísticos.
- Una alternativa de solución, es que uno puede construir los cálculos con el uso de la programación en R. Entre varios beneficios de esta práctica con R, uno de ellos, es que se pueden comprender mejor los conceptos estadísticos.
- Conviene resalatar que nuestra experiencia en la docencia, el uso de los paquetes estadísticos ayuda en el cálculo númerico. Sin embargo, los usuarios o estudiantes les quedan grandes lagunas en la comprensión los conceptos estadísticos.
- Por el momento se ha propuesto el uso de minitab, sin embargo se pueden emplear una gran diversidad de paquetes estadísticos. En otras lecciones se comentará más sobre las diferentes opciones.
- Sobre las interpretaciones, lo invitamos a observar que cada efecto está indicando la discrepancia de los niveles con respecto a la media. Ésta se presenta en el planteamiento de las hipótesis estadísticas. Las que se realizan por la construcción de la tabla del análisis de la varianza que se muestra a continuación.
- Se completa el análisis considerando el efecto de interacción, como se verá más adelante.

Comentarios

- Las estimaciones sobre las medias están redondeadas. Si se quiere construir el análisis conforme a ellos es posible errores de redondeo, en referencia a los resultados presentados por los paquetes estadísticos.
- Una alternativa de solución, es que uno puede construir los cálculos con el uso de la programación en R. Entre varios beneficios de esta práctica con R, uno de ellos, es que se pueden comprender mejor los conceptos estadísticos.
- Conviene resalatar que nuestra experiencia en la docencia, el uso de los paquetes estadísticos ayuda en el cálculo númerico. Sin embargo, los usuarios o estudiantes les quedan grandes lagunas en la comprensión los conceptos estadísticos.
- Por el momento se ha propuesto el uso de minitab, sin embargo se pueden emplear una gran diversidad de paquetes estadísticos. En otras lecciones se comentará más sobre las diferentes opciones.
- Sobre las interpretaciones, lo invitamos a observar que cada efecto está indicando la discrepancia de los niveles con respecto a la media. Ésta se presenta en el planteamiento de las hipótesis estadísticas. Las que se realizan por la construcción de la tabla del análisis de la varianza que se muestra a continuación.
- Se completa el análisis considerando el efecto de interacción, como se verá más adelante.

Comentarios

- Las estimaciones sobre las medias están redondeadas. Si se quiere construir el análisis conforme a ellos es posible errores de redondeo, en referencia a los resultados presentados por los paquetes estadísticos.
- Una alternativa de solución, es que uno puede construir los cálculos con el uso de la programación en R. Entre varios beneficios de esta práctica con R, uno de ellos, es que se pueden comprender mejor los conceptos estadísticos.
- Conviene resalatar que nuestra experiencia en la docencia, el uso de los paquetes estadísticos ayuda en el cálculo númerico. Sin embargo, los usuarios o estudiantes les quedan grandes lagunas en la comprensión los conceptos estadísticos.
- Por el momento se ha propuesto el uso de minitab, sin embargo se pueden emplear una gran diversidad de paquetes estadísticos. En otras lecciones se comentará más sobre las diferentes opciones.
- Sobre las interpretaciones, lo invitamos a observar que cada efecto está indicando la discrepancia de los niveles con respecto a la media. Ésta se presenta en el planteamiento de las hipótesis estadísticas. Las que se realizan por la construcción de la tabla del análisis de la varianza que se muestra a continuación.
- Se completa el análisis considerando el efecto de interacción, como se verá más adelante.

Prueba de hipótesis:
Efectos principales

Planteamiento

Hipótesis sobre los efectos de los factores T y S

$$H_{0T} : \delta_{T_1} = \delta_{T_2} = \delta_{T_3}$$

$$H_{0S} : \delta_{S_1} = \delta_{S_2} = \delta_{S_3}$$

ANDEVA

Análisis de la varianza: ANDEVA

Fuente	GL	SC	CM	F	P
T	2	44253	22126	4.91	0.017
S	2	43235	21618	4.80	0.019
Error	22	99138	4506		
Total	26	186625			

S = 67.1287   R-Sq = 46.88%   R-Sq(adj) = 37.22%

Análisis del ANDEVA

Interpretación

1. Con respecto a la probabilidad:
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0T} puesto que $0.017 = p < \alpha = 0.05$
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0S} puesto que $0.019 = p < \alpha = 0.05$
2. Utilizando los valores críticos
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0T} puesto que $F(2, 22, 0.05) = 3.44 < 4.91$
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0S} puesto que $F(2, 22, 0.05) = 3.44 < 4.80$
3. Donde S es $S = \sqrt{CM_{error}} = \sqrt{4506} = 67.1287$
4. $R^2 = R - sq = 1 - \frac{99138}{186625} = .4688$
5. $R^2_{Adj} = R - sq(Adj) = 1 - \frac{\frac{99138}{22}}{\frac{186625}{26}} = .3722$

Análisis del ANDEVA

Interpretación

1. Con respecto a la probabilidad:
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0T} puesto que $0.017 = p < \alpha = 0.05$
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0S} puesto que $0.019 = p < \alpha = 0.05$
2. Utilizando los valores críticos
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0T} puesto que $F(2, 22, 0.05) = 3.44 < 4.91$
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0S} puesto que $F(2, 22, 0.05) = 3.44 < 4.80$
3. Donde S es $S = \sqrt{CM_{error}} = \sqrt{4506} = 67.1287$
4. $R^2 = R - sq = 1 - \frac{99138}{186625} = .4688$
5. $R^2_{Adj} = R - sq(Adj) = 1 - \frac{\frac{99138}{22}}{\frac{186625}{26}} = .3722$

Análisis del ANDEVA

Interpretación

1. Con respecto a la probabilidad:
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0T} puesto que $0.017 = p < \alpha = 0.05$
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0S} puesto que $0.019 = p < \alpha = 0.05$
2. Utilizando los valores críticos
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0T} puesto que $F(2, 22, 0.05) = 3.44 < 4.91$
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0S} puesto que $F(2, 22, 0.05) = 3.44 < 4.80$
3. Donde S es $S = \sqrt{CM_{error}} = \sqrt{4506} = 67.1287$
4. $R^2 = R - sq = 1 - \frac{99138}{186625} = .4688$
5. $R^2_{Adj} = R - sq(Adj) = 1 - \frac{\frac{99138}{22}}{\frac{186625}{26}} = .3722$

Análisis del ANDEVA

Interpretación

1. Con respecto a la probabilidad:
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0T} puesto que $0.017 = p < \alpha = 0.05$
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0S} puesto que $0.019 = p < \alpha = 0.05$
2. Utilizando los valores críticos
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0T} puesto que $F(2, 22, 0.05) = 3.44 < 4.91$
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0S} puesto que $F(2, 22, 0.05) = 3.44 < 4.80$
3. Donde S es $S = \sqrt{CM_{error}} = \sqrt{4506} = 67.1287$
4. $R^2 = R - sq = 1 - \frac{99138}{186625} = .4688$
5. $R^2_{Adj} = R - sq(Adj) = 1 - \frac{\frac{99138}{22}}{\frac{186625}{26}} = .3722$

Análisis del ANDEVA

Interpretación

1. Con respecto a la probabilidad:
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0T} puesto que $0.017 = p < \alpha = 0.05$
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0S} puesto que $0.019 = p < \alpha = 0.05$
2. Utilizando los valores críticos
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0T} puesto que $F(2, 22, 0.05) = 3.44 < 4.91$
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0S} puesto que $F(2, 22, 0.05) = 3.44 < 4.80$
3. Donde S es $S = \sqrt{CM_{error}} = \sqrt{4506} = 67.1287$
4. $R^2 = R - sq = 1 - \frac{99138}{186625} = .4688$
5. $R^2_{Adj} = R - sq(Adj) = 1 - \frac{\frac{99138}{22}}{\frac{186625}{26}} = .3722$

Análisis del ANDEVA

Interpretación

1. Con respecto a la probabilidad:
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0T} puesto que $0.017 = p < \alpha = 0.05$
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0S} puesto que $0.019 = p < \alpha = 0.05$
2. Utilizando los valores críticos
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0T} puesto que $F(2, 22, 0.05) = 3.44 < 4.91$
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0S} puesto que $F(2, 22, 0.05) = 3.44 < 4.80$
3. Donde S es $S = \sqrt{CM_{error}} = \sqrt{4506} = 67.1287$
4. $R^2 = R - sq = 1 - \frac{99138}{186625} = .4688$
5. $R^2_{Adj} = R - sq(Adj) = 1 - \frac{\frac{99138}{22}}{\frac{186625}{26}} = .3722$

Análisis del ANDEVA

Interpretación

1. Con respecto a la probabilidad:
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0T} puesto que $0.017 = p < \alpha = 0.05$
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0S} puesto que $0.019 = p < \alpha = 0.05$
2. Utilizando los valores críticos
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0T} puesto que $F(2, 22, 0.05) = 3.44 < 4.91$
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0S} puesto que $F(2, 22, 0.05) = 3.44 < 4.80$
3. Donde S es $S = \sqrt{CM_{error}} = \sqrt{4506} = 67.1287$
4. $R^2 = R - sq = 1 - \frac{99138}{186625} = .4688$
5. $R^2_{Adj} = R - sq(Adj) = 1 - \frac{\frac{99138}{22}}{\frac{186625}{26}} = .3722$

Análisis del ANDEVA

Interpretación

1. Con respecto a la probabilidad:
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0T} puesto que $0.017 = p < \alpha = 0.05$
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0S} puesto que $0.019 = p < \alpha = 0.05$
2. Utilizando los valores críticos
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0T} puesto que $F(2, 22, 0.05) = 3.44 < 4.91$
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0S} puesto que $F(2, 22, 0.05) = 3.44 < 4.80$
3. Donde S es $S = \sqrt{CM_{error}} = \sqrt{4506} = 67.1287$
4. $R^2 = R - sq = 1 - \frac{99138}{186625} = .4688$
5. $R^2_{Adj} = R - sq(Adj) = 1 - \frac{\frac{99138}{22}}{\frac{186625}{26}} = .3722$

Análisis del ANDEVA

Interpretación

1. Con respecto a la probabilidad:
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0T} puesto que $0.017 = p < \alpha = 0.05$
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0S} puesto que $0.019 = p < \alpha = 0.05$
2. Utilizando los valores críticos
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0T} puesto que $F(2, 22, 0.05) = 3.44 < 4.91$
   - Se rechaza la hipótesis nula H_{0S} puesto que $F(2, 22, 0.05) = 3.44 < 4.80$
3. Donde S es $S = \sqrt{CM_{error}} = \sqrt{4506} = 67.1287$
4. $R^2 = R - sq = 1 - \frac{99138}{186625} = .4688$
5. $R^2_{Adj} = R - sq(Adj) = 1 - \frac{\frac{99138}{22}}{\frac{186625}{26}} = .3722$

Efecto de interacción

Descripción gráfica del ejemplo y cálculo de los efectos de interacción

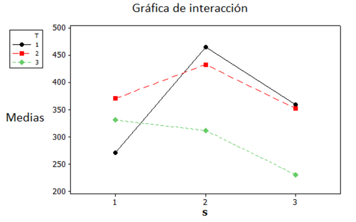


Tabla de efectos de interacción en general, representados por la figura para el ejemplo

Efecto $\hat{\delta}_{T_iS_j}$	$\hat{\delta}_{T_iS_1}$	$\hat{\delta}_{T_iS_2}$	$\hat{\delta}_{T_iS_3}$
$\hat{\delta}_{T_1S_j}$	$\bar{y}_{11\bullet}-\bar{y}_{1\bullet\bullet}-\bar{y}_{\bullet1\bullet}+\bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	$\bar{y}_{12\bullet}-\bar{y}_{1\bullet\bullet}-\bar{y}_{\bullet2\bullet}+\bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	$\bar{y}_{13\bullet}-\bar{y}_{1\bullet\bullet}-\bar{y}_{\bullet3\bullet}+\bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$
$\hat{\delta}_{T_2S_j}$	$\bar{y}_{21\bullet}-\bar{y}_{2\bullet\bullet}-\bar{y}_{\bullet1\bullet}+\bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	$\bar{y}_{22\bullet}-\bar{y}_{2\bullet\bullet}-\bar{y}_{\bullet2\bullet}+\bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	$\bar{y}_{23\bullet}-\bar{y}_{2\bullet\bullet}-\bar{y}_{\bullet3\bullet}+\bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$
$\hat{\delta}_{T_3S_j}$	$\bar{y}_{31\bullet}-\bar{y}_{3\bullet\bullet}-\bar{y}_{\bullet1\bullet}+\bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	$\bar{y}_{32\bullet}-\bar{y}_{3\bullet\bullet}-\bar{y}_{\bullet2\bullet}+\bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	$\bar{y}_{33\bullet}-\bar{y}_{3\bullet\bullet}-\bar{y}_{\bullet3\bullet}+\bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$

Efecto de interacción

Descripción gráfica del ejemplo y cálculo de los efectos de interacción

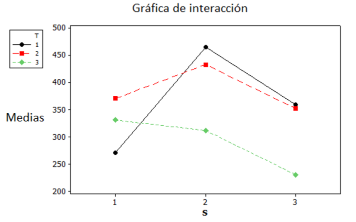


Tabla de efectos de interacción en general, representados por la figura para el ejemplo

Efecto $\hat{\delta}_{T_iS_j}$	$\hat{\delta}_{T_iS_1}$	$\hat{\delta}_{T_iS_2}$	$\hat{\delta}_{T_iS_3}$
$\hat{\delta}_{T_1S_j}$	$\bar{y}_{11\bullet} - \bar{y}_{1\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet 1\bullet} + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	$\bar{y}_{12\bullet} - \bar{y}_{1\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet 2\bullet} + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	$\bar{y}_{13\bullet} - \bar{y}_{1\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet 3\bullet} + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$
$\hat{\delta}_{T_2S_j}$	$\bar{y}_{21\bullet} - \bar{y}_{2\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet 1\bullet} + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	$\bar{y}_{22\bullet} - \bar{y}_{2\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet 2\bullet} + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	$\bar{y}_{23\bullet} - \bar{y}_{2\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet 3\bullet} + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$
$\hat{\delta}_{T_3S_j}$	$\bar{y}_{31\bullet} - \bar{y}_{3\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet 1\bullet} + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	$\bar{y}_{32\bullet} - \bar{y}_{3\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet 2\bullet} + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	$\bar{y}_{33\bullet} - \bar{y}_{3\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet 3\bullet} + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$

Efecto de interacción

ANDEVA y prueba de hipótesis de interacción

Suma de cuadrados del efecto de interacción: $SC_{TS} = 3\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\hat{\delta}^2_{T_iS_j} = 41890$

Análisis de la varianza

Fuente	GL	SC	CM	F	P
T	2	44253	22126	6.96	0.006
S	2	43235	21618	6.80	0.006
T*S	4	41890	10472	3.29	0.034
Error	18	57248	3180		
Total	26	186625			

S = 56.3954   R^2 = 69.32%   R^2(adj) = 55.69%

Con respecto a la probabilidad:

Se rechaza la hipótesis nula de interacción H_{0TS} puesto que $0.034 = p < \alpha = 0.05$

Formulación estadística

Resumen técnico en general considerando factores A y B

- Efecto del factor A$\rightarrow$ $\delta = \mu_{i\bullet\bullet} - \mu_{\bullet\bullet\bullet}$ Estimación $\hat{\delta} = \bar{y}_{i\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$
- Efecto del factor B $\rightarrow$ $\delta = \mu_{\bullet j\bullet} - \mu_{\bullet\bullet\bullet}$ Estimación $\hat{\delta} = \bar{y}_{\bullet j\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$
- Efecto del factor AB $\rightarrow$ $\delta_{A_iB_j} = \mu_{ij\bullet} - \mu_{i\bullet\bullet} - \mu_{\bullet j\bullet} + \mu_{\bullet\bullet\bullet}$
  Estimación $\hat{\delta}_{A_1B_j} = \bar{y}_{ij\bullet} - \bar{y}_{i\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet j\bullet} + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$

Formulación estadística

Resumen técnico en general considerando factores A y B

- Efecto del factor A$\rightarrow$ $\delta = \mu_{i\bullet\bullet} - \mu_{\bullet\bullet\bullet}$ Estimación $\hat{\delta} = \bar{y}_{i\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$
- Efecto del factor B $\rightarrow$ $\delta = \mu_{\bullet j\bullet} - \mu_{\bullet\bullet\bullet}$ Estimación $\hat{\delta} = \bar{y}_{\bullet j\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$
- Efecto del factor AB $\rightarrow$ $\delta_{A_iB_j} = \mu_{ij\bullet} - \mu_{i\bullet\bullet} - \mu_{\bullet j\bullet} + \mu_{\bullet\bullet\bullet}$
  Estimación $\hat{\delta}_{A_1B_j} = \bar{y}_{ij\bullet} - \bar{y}_{i\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet j\bullet} + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$

Formulación estadística

Resumen técnico en general considerando factores A y B

- Efecto del factor A$\rightarrow$ $\delta = \mu_{i\bullet\bullet} - \mu_{\bullet\bullet\bullet}$ Estimación $\hat{\delta} = \bar{y}_{i\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$
- Efecto del factor B $\rightarrow$ $\delta = \mu_{\bullet j\bullet} - \mu_{\bullet\bullet\bullet}$ Estimación $\hat{\delta} = \bar{y}_{\bullet j\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$
- Efecto del factor AB $\rightarrow$ $\delta_{A_iB_j} = \mu_{ij\bullet} - \mu_{i\bullet\bullet} - \mu_{\bullet j\bullet} + \mu_{\bullet\bullet\bullet}$
  Estimación $\hat{\delta}_{A_1B_j} = \bar{y}_{ij\bullet} - \bar{y}_{i\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet j\bullet} + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$

ANDEVA considerando bloques

- En el contexto de la estructura de diseño se puede considerar que las réplicas vienen de tres difrentes estanques
- Se realiza el análisis estadístico considerando el efecto de bloque: tres estaques
- El ANDEVA se muestra a continuación:

Fuente	GL	SC	MS	F	P
Bloques	2	6345	3172	1.00	0.391
T	2	44253	22126	6.95	0.007
S	2	43235	21618	6.79	0.007
T*S	4	41890	10472	3.29	0.038
Error	16	50903	3181		
Total	26	186625			

Observe que el efecto de bloques no es significativo, lo que indica que los tres tanques son homogéneos Las conclusiones son similares a las anteriores

ANDEVA considerando bloques

- En el contexto de la estructura de diseño se puede considerar que las réplicas vienen de tres difrentes estanques
- Se realiza el análisis estadístico considerando el efecto de bloque: tres estaques
- El ANDEVA se muestra a continuación:

Fuente	GL	SC	MS	F	P
Bloques	2	6345	3172	1.00	0.391
T	2	44253	22126	6.95	0.007
S	2	43235	21618	6.79	0.007
T*S	4	41890	10472	3.29	0.038
Error	16	50903	3181		
Total	26	186625			

Observe que el efecto de bloques no es significativo, lo que indica que los tres tanques son homogéneos Las conclusiones son similares a las anteriores

ANDEVA considerando bloques

- En el contexto de la estructura de diseño se puede considerar que las réplicas vienen de tres difrentes estanques
- Se realiza el análisis estadístico considerando el efecto de bloque: tres estaques
- El ANDEVA se muestra a continuación:

Fuente	GL	SC	MS	F	P
Bloques	2	6345	3172	1.00	0.391
T	2	44253	22126	6.95	0.007
S	2	43235	21618	6.79	0.007
T*S	4	41890	10472	3.29	0.038
Error	16	50903	3181		
Total	26	186625			

Observe que el efecto de bloques no es significativo, lo que indica que los tres tanques son homogéneos Las conclusiones son similares a las anteriores

Notas

- En la siguiente lección de este capítulo, se expondrá las fracciones para esta estructura de tratamientos.
- Así como otros ejemplos utilizando R.