Lección 9.1: Optimización de un proceso

Alfaomega

Alfaomega-UAQro-CIMAT

2016

Índice

Guía capítulo 9

- Descripción de ideas y actividades que se realizarán en esta lección.
  - Primero se repasarán ideas principales de mínimos cuadrados y se aplicarán a un diseño factorial 2^2.
  - El modelo que se obtenga en el punto anterior se utilizará para ilutrar el procedimiento de la trayectoria de máximo ascenso.
  - Se describirá la planeación, realización y análisis de un estudio experimental secuencial a partir de este diseño.
  - Finalmente, se empleará el diseño central compuesto y el análisis estadístico de éste para determinar el óptimo del proceso.
  - Se hace notar que este diseño factorial, es un ejemplo clásico de la literatura propuesto por Khuri-Cornell.
  - Mediante el uso del lenguaje de programación R, se estudiará la parte operativa con el fin de reforzar el conocimiento estadístico de los resultados. Lección 9.2.

Guía capítulo 9

- Descripción de ideas y actividades que se realizarán en esta lección.
  - Primero se repasarán ideas principales de mínimos cuadrados y se aplicarán a un diseño factorial 2^2.
  - El modelo que se obtenga en el punto anterior se utilizará para ilutrar el procedimiento de la trayectoria de máximo ascenso.
  - Se describirá la planeación, realización y análisis de un estudio experimental secuencial a partir de este diseño.
  - Finalmente, se empleará el diseño central compuesto y el análisis estadístico de éste para determinar el óptimo del proceso.
  - Se hace notar que este diseño factorial, es un ejemplo clásico de la literatura propuesto por Khuri-Cornell.
  - Mediante el uso del lenguaje de programación R, se estudiará la parte operativa con el fin de reforzar el conocimiento estadístico de los resultados. Lección 9.2.

Guía capítulo 9

- Descripción de ideas y actividades que se realizarán en esta lección.
  - Primero se repasarán ideas principales de mínimos cuadrados y se aplicarán a un diseño factorial 2^2.
  - El modelo que se obtenga en el punto anterior se utilizará para ilutrar el procedimiento de la trayectoria de máximo ascenso.
  - Se describirá la planeación, realización y análisis de un estudio experimental secuencial a partir de este diseño.
  - Finalmente, se empleará el diseño central compuesto y el análisis estadístico de éste para determinar el óptimo del proceso.
  - Se hace notar que este diseño factorial, es un ejemplo clásico de la literatura propuesto por Khuri-Cornell.
  - Mediante el uso del lenguaje de programación R, se estudiará la parte operativa con el fin de reforzar el conocimiento estadístico de los resultados. Lección 9.2.

Guía capítulo 9

- Descripción de ideas y actividades que se realizarán en esta lección.
  - Primero se repasarán ideas principales de mínimos cuadrados y se aplicarán a un diseño factorial 2^2.
  - El modelo que se obtenga en el punto anterior se utilizará para ilutrar el procedimiento de la trayectoria de máximo ascenso.
  - Se describirá la planeación, realización y análisis de un estudio experimental secuencial a partir de este diseño.
  - Finalmente, se empleará el diseño central compuesto y el análisis estadístico de éste para determinar el óptimo del proceso.
  - Se hace notar que este diseño factorial, es un ejemplo clásico de la literatura propuesto por Khuri-Cornell.
  - Mediante el uso del lenguaje de programación R, se estudiará la parte operativa con el fin de reforzar el conocimiento estadístico de los resultados. Lección 9.2.

Guía capítulo 9

- Descripción de ideas y actividades que se realizarán en esta lección.
    - Primero se repasarán ideas principales de mínimos cuadrados y se aplicarán a un diseño factorial 2^2.
    - El modelo que se obtenga en el punto anterior se utilizará para ilutrar el procedimiento de la trayectoria de máximo ascenso.
    - Se describirá la planeación, realización y análisis de un estudio experimental secuencial a partir de este diseño.
    - Finalmente, se empleará el diseño central compuesto y el análisis estadístico de éste para determinar el óptimo del proceso.
    - Se hace notar que este diseño factorial, es un ejemplo clásico de la literatura propuesto por Khuri-Cornell.
    - Mediante el uso del lenguaje de programación R, se estudiará la parte operativa con el fin de reforzar el conocimiento estadístico de los resultados. Lección 9.2.

Guía capítulo 9

- Descripción de ideas y actividades que se realizarán en esta lección.
  - Primero se repasarán ideas principales de mínimos cuadrados y se aplicarán a un diseño factorial 2^2.
  - El modelo que se obtenga en el punto anterior se utilizará para ilutrar el procedimiento de la trayectoria de máximo ascenso.
  - Se describirá la planeación, realización y análisis de un estudio experimental secuencial a partir de este diseño.
  - Finalmente, se empleará el diseño central compuesto y el análisis estadístico de éste para determinar el óptimo del proceso.
  - Se hace notar que este diseño factorial, es un ejemplo clásico de la literatura propuesto por Khuri-Cornell.
  - Mediante el uso del lenguaje de programación R, se estudiará la parte operativa con el fin de reforzar el conocimiento estadístico de los resultados. Lección 9.2.

Guía capítulo 9

- Descripción de ideas y actividades que se realizarán en esta lección.
  - Primero se repasarán ideas principales de mínimos cuadrados y se aplicarán a un diseño factorial 2^2.
  - El modelo que se obtenga en el punto anterior se utilizará para ilutrar el procedimiento de la trayectoria de máximo ascenso.
  - Se describirá la planeación, realización y análisis de un estudio experimental secuencial a partir de este diseño.
  - Finalmente, se empleará el diseño central compuesto y el análisis estadístico de éste para determinar el óptimo del proceso.
  - Se hace notar que este diseño factorial, es un ejemplo clásico de la literatura propuesto por Khuri-Cornell.
  - Mediante el uso del lenguaje de programación R, se estudiará la parte operativa con el fin de reforzar el conocimiento estadístico de los resultados. Lección 9.2.

Guía capítulo 9

- El procedimiento del caso de estudio se puede repetir en actividades que realizamos en nuestros trabajos, estudios o investigaciones en medicina, biología, sicología entre otras áreas.
- En la lección 9.3 se presentarán algunos prototipos para aplicar las técnicas estadísticas expuestas en esta lección. Esta actividad se puede realizar a nivel de laboratorio
- Algunos ejercicios se resolveran usando paquetes estadísticos comerciales. Lección 9.4.
- En la lección 9.5 se redondean los resultados de esta lección 9.1, se anexa una publicación Cap-9-Optimo.pdf.

Guía capítulo 9

- El procedimiento del caso de estudio se puede repetir en actividades que realizamos en nuestros trabajos, estudios o investigaciones en medicina, biología, sicología entre otras áreas.
- En la lección 9.3 se presentarán algunos prototipos para aplicar las técnicas estadísticas expuestas en esta lección. Esta actividad se puede realizar a nivel de laboratorio
- Algunos ejercicios se resolveran usando paquetes estadísticos comerciales. Lección 9.4.
- En la lección 9.5 se redondean los resultados de esta lección 9.1, se anexa una publicación Cap-9-Optimo.pdf.

Guía capítulo 9

- El procedimiento del caso de estudio se puede repetir en actividades que realizamos en nuestros trabajos, estudios o investigaciones en medicina, biología, sicología entre otras áreas.
- En la lección 9.3 se presentarán algunos prototipos para aplicar las técnicas estadísticas expuestas en esta lección. Esta actividad se puede realizar a nivel de laboratorio
- Algunos ejercicios se resolveran usando paquetes estadísticos comerciales. Lección 9.4.
- En la lección 9.5 se redondean los resultados de esta lección 9.1, se anexa una publicación Cap-9-Optimo.pdf.

Guía capítulo 9

- El procedimiento del caso de estudio se puede repetir en actividades que realizamos en nuestros trabajos, estudios o investigaciones en medicina, biología, sicología entre otras áreas.
- En la lección 9.3 se presentarán algunos prototipos para aplicar las técnicas estadísticas expuestas en esta lección. Esta actividad se puede realizar a nivel de laboratorio
- Algunos ejercicios se resolveran usando paquetes estadísticos comerciales. Lección 9.4.
- En la lección 9.5 se redondean los resultados de esta lección 9.1, se anexa una publicación Cap-9-Optimo.pdf.

Presentar su proceso

Actividad

La idea es que los usuarios o los asistentes propongan un proceso, estudio o un problema de su área de interés. Con la finalidad de que los procedimientos aprendidos en esta lección, los puedan aplicar en la solución de su planteamiento.

Etapas en la optimización estadística de procesos

Optimización

Para realizar la Optimización Estadística de un Proceso requiere establecer una función objetivo. En esa dirección es necesario:

- Utilizar diferentes diseños de experimentos para generar información sobre la materia de estudio.
- Construir el o (los) modelo(s) matemático(s) que mejor se ajuste(n) a los datos experimentales.
- Plantear la función objetivo y aplicar las técnicas matemáticas de optimización para obtener las mejores condiciones de operación del proceso.

Etapas en la optimización estadística de procesos

Optimización

Para realizar la Optimización Estadística de un Proceso requiere establecer una función objetivo. En esa dirección es necesario:

- Utilizar diferentes diseños de experimentos para generar información sobre la materia de estudio.
- Construir el o (los) modelo(s) matemático(s) que mejor se ajuste(n) a los datos experimentales.
- Plantear la función objetivo y aplicar las técnicas matemáticas de optimización para obtener las mejores condiciones de operación del proceso.

Etapas en la optimización estadística de procesos

Optimización

Para realizar la Optimización Estadística de un Proceso requiere establecer una función objetivo. En esa dirección es necesario:

- Utilizar diferentes diseños de experimentos para generar información sobre la materia de estudio.
- Construir el o (los) modelo(s) matemático(s) que mejor se ajuste(n) a los datos experimentales.
- Plantear la función objetivo y aplicar las técnicas matemáticas de optimización para obtener las mejores condiciones de operación del proceso.

Estrategia del proceso de optimización estadística

1. Experimentar.
   - Considerar diseños factoriales de primer orden: 2^k, 2^{k-p}, o Plakett-Burman para identificar factores con efectos significativos en la o las respuesta(s), así como buscar regiones que generen mejores condiciones de operación.
   - Plantear diseños de segundo orden: diseño central compuesto, Box-Behenken, 3^{k-p} entre otros. Con la finalidad de optimizar.
2. Modelar.
   - Método de mínimos cuadrados.
   - Evaluación estadística del modelo.
3. Optimizar.
   - Métodos de optimización.

Estrategia del proceso de optimización estadística

1. Experimentar.
    - Considerar diseños factoriales de primer orden: 2^k, 2^{k-p}, o Plakett-Burman para identificar factores con efectos significativos en la o las respuesta(s), así como buscar regiones que generen mejores condiciones de operación.
    - Plantear diseños de segundo orden: diseño central compuesto, Box-Behenken, 3^{k-p} entre otros. Con la finalidad de optimizar.
2. Modelar.
    - Método de mínimos cuadrados.
    - Evaluación estadística del modelo.
3. Optimizar.
    - Métodos de optimización.

Estrategia del proceso de optimización estadística

1. Experimentar.
   - Considerar diseños factoriales de primer orden: 2^k, 2^{k-p}, o Plakett-Burman para identificar factores con efectos significativos en la o las respuesta(s), así como buscar regiones que generen mejores condiciones de operación.
   - Plantear diseños de segundo orden: diseño central compuesto, Box-Behenken, 3^{k-p} entre otros. Con la finalidad de optimizar.
2. Modelar.
   - Método de mínimos cuadrados.
   - Evaluación estadística del modelo.
3. Optimizar.
   - Métodos de optimización.

Estrategia del proceso de optimización estadística

1. Experimentar.
    - Considerar diseños factoriales de primer orden: 2^k, 2^{k-p}, o Plakett-Burman para identificar factores con efectos significativos en la o las respuesta(s), así como buscar regiones que generen mejores condiciones de operación.
    - Plantear diseños de segundo orden: diseño central compuesto, Box-Behenken, 3^{k-p} entre otros. Con la finalidad de optimizar.
2. Modelar.
    - Método de mínimos cuadrados.
    - Evaluación estadística del modelo.
3. Optimizar.
    - Métodos de optimización.

Estrategia del proceso de optimización estadística

1. Experimentar.
   - Considerar diseños factoriales de primer orden: 2^k, 2^{k-p}, o Plakett-Burman para identificar factores con efectos significativos en la o las respuesta(s), así como buscar regiones que generen mejores condiciones de operación.
   - Plantear diseños de segundo orden: diseño central compuesto, Box-Behenken, 3^{k-p} entre otros. Con la finalidad de optimizar.
2. Modelar.
   - Método de mínimos cuadrados.
   - Evaluación estadística del modelo.
3. Optimizar.
   - Métodos de optimización.

Estrategia del proceso de optimización estadística

1. Experimentar.
   - Considerar diseños factoriales de primer orden: 2^k, 2^{k-p}, o Plakett-Burman para identificar factores con efectos significativos en la o las respuesta(s), así como buscar regiones que generen mejores condiciones de operación.
   - Plantear diseños de segundo orden: diseño central compuesto, Box-Behenken, 3^{k-p} entre otros. Con la finalidad de optimizar.
2. Modelar.
   - Método de mínimos cuadrados.
   - Evaluación estadística del modelo.
3. Optimizar.
   - Métodos de optimización.

Estrategia del proceso de optimización estadística

1. Experimentar.
    - Considerar diseños factoriales de primer orden: 2^k, 2^{k-p}, o Plakett-Burman para identificar factores con efectos significativos en la o las respuesta(s), así como buscar regiones que generen mejores condiciones de operación.
    - Plantear diseños de segundo orden: diseño central compuesto, Box-Behenken, 3^{k-p} entre otros. Con la finalidad de optimizar.
2. Modelar.
    - Método de mínimos cuadrados.
    - Evaluación estadística del modelo.
3. Optimizar.
    - Métodos de optimización.

Estrategia del proceso de optimización estadística

1. Experimentar.
   - Considerar diseños factoriales de primer orden: 2^k, 2^{k-p}, o Plakett-Burman para identificar factores con efectos significativos en la o las respuesta(s), así como buscar regiones que generen mejores condiciones de operación.
   - Plantear diseños de segundo orden: diseño central compuesto, Box-Behenken, 3^{k-p} entre otros. Con la finalidad de optimizar.
2. Modelar.
   - Método de mínimos cuadrados.
   - Evaluación estadística del modelo.
3. Optimizar.
   - Métodos de optimización.

Metas en la estrategia experimental

1. Considerar diseños de primer orden.
2. Modelar para identificar factores con efectos significativos en la respuesta.
3. Aplicar el procedimiento de la trayectoria de máximo ascenso, métodos de pendientes o Lagrange.
4. Realizar experimentación secuencial -adicionar tratamientos- para explorar regiones donde la o (las) respuesta(s) generen mejores resultados.
5. Plantear nuevos experimentos y modelar.
6. Ubicar una región óptima factible y aplicar diseños de segundo orden, modelar y optimizar.

Metas en la estrategia experimental

1. Considerar diseños de primer orden.
2. Modelar para identificar factores con efectos significativos en la respuesta.
3. Aplicar el procedimiento de la trayectoria de máximo ascenso, métodos de pendientes o Lagrange.
4. Realizar experimentación secuencial -adicionar tratamientos- para explorar regiones donde la o (las) respuesta(s) generen mejores resultados.
5. Plantear nuevos experimentos y modelar.
6. Ubicar una región óptima factible y aplicar diseños de segundo orden, modelar y optimizar.

Metas en la estrategia experimental

1. Considerar diseños de primer orden.
2. Modelar para identificar factores con efectos significativos en la respuesta.
3. Aplicar el procedimiento de la trayectoria de máximo ascenso, métodos de pendientes o Lagrange.
4. Realizar experimentación secuencial -adicionar tratamientos- para explorar regiones donde la o (las) respuesta(s) generen mejores resultados.
5. Plantear nuevos experimentos y modelar.
6. Ubicar una región óptima factible y aplicar diseños de segundo orden, modelar y optimizar.

Metas en la estrategia experimental

1. Considerar diseños de primer orden.
2. Modelar para identificar factores con efectos significativos en la respuesta.
3. Aplicar el procedimiento de la trayectoria de máximo ascenso, métodos de pendientes o Lagrange.
4. Realizar experimentación secuencial -adicionar tratamientos- para explorar regiones donde la o (las) respuesta(s) generen mejores resultados.
5. Plantear nuevos experimentos y modelar.
6. Ubicar una región óptima factible y aplicar diseños de segundo orden, modelar y optimizar.

Metas en la estrategia experimental

1. Considerar diseños de primer orden.
2. Modelar para identificar factores con efectos significativos en la respuesta.
3. Aplicar el procedimiento de la trayectoria de máximo ascenso, métodos de pendientes o Lagrange.
4. Realizar experimentación secuencial -adicionar tratamientos- para explorar regiones donde la o (las) respuesta(s) generen mejores resultados.
5. Plantear nuevos experimentos y modelar.
6. Ubicar una región óptima factible y aplicar diseños de segundo orden, modelar y optimizar.

Metas en la estrategia experimental

1. Considerar diseños de primer orden.
2. Modelar para identificar factores con efectos significativos en la respuesta.
3. Aplicar el procedimiento de la trayectoria de máximo ascenso, métodos de pendientes o Lagrange.
4. Realizar experimentación secuencial -adicionar tratamientos- para explorar regiones donde la o (las) respuesta(s) generen mejores resultados.
5. Plantear nuevos experimentos y modelar.
6. Ubicar una región óptima factible y aplicar diseños de segundo orden, modelar y optimizar.

Modelación y análisis estadístico

- ¿Cuál es el modelo?
- ¿Es significativo el modelo?
- Construir la tabla del análisis de la varianza- ANDEVA- para realizar el análisis estadístico del modelo.
- ¿Existe falta de ajuste en el modelo?
- ¿Cuál es el valor del estimador de σ^2?
- Determinar el valor óptimo del proceso.

Modelación y análisis estadístico

- ¿Cuál es el modelo?
- ¿Es significativo el modelo?
- Construir la tabla del análisis de la varianza- ANDEVA- para realizar el análisis estadístico del modelo.
- ¿Existe falta de ajuste en el modelo?
- ¿Cuál es el valor del estimador de σ^2?
- Determinar el valor óptimo del proceso.

Modelación y análisis estadístico

- ¿Cuál es el modelo?
- ¿Es significativo el modelo?
- Construir la tabla del análisis de la varianza- ANDEVA- para realizar el análisis estadístico del modelo.
- ¿Existe falta de ajuste en el modelo?
- ¿Cuál es el valor del estimador de σ^2?
- Determinar el valor óptimo del proceso.

Modelación y análisis estadístico

- ¿Cuál es el modelo?
- ¿Es significativo el modelo?
- Construir la tabla del análisis de la varianza- ANDEVA- para realizar el análisis estadístico del modelo.
- ¿Existe falta de ajuste en el modelo?
- ¿Cuál es el valor del estimador de σ^2?
- Determinar el valor óptimo del proceso.

Modelación y análisis estadístico

- ¿Cuál es el modelo?
- ¿Es significativo el modelo?
- Construir la tabla del análisis de la varianza- ANDEVA- para realizar el análisis estadístico del modelo.
- ¿Existe falta de ajuste en el modelo?
- ¿Cuál es el valor del estimador de σ^2?
- Determinar el valor óptimo del proceso.

Modelación y análisis estadístico

- ¿Cuál es el modelo?
- ¿Es significativo el modelo?
- Construir la tabla del análisis de la varianza- ANDEVA- para realizar el análisis estadístico del modelo.
- ¿Existe falta de ajuste en el modelo?
- ¿Cuál es el valor del estimador de σ^2?
- Determinar el valor óptimo del proceso.

Plan experimental

Ejemplo: Aumentar la productividad en un proceso químico

T°C	t(seg)		R1	R2
70	30		49.8	48.1
90	30	Proceso	57.3	52.3
70	90		65.7	69.4
90	90		73.1	77.8

Transformación

Los valores de la temperatura y tiempo se transforman a una escala estandarizada, los valores de este proceso se conocen como valores codificados.

$$xc_{ij} = \frac{X_{ij} - \bar{X}_i}{0.5rango}$$

$i = 1, 2$ donde 1 para temperatura y 2 para el tiempo; $j = 1, 2$ identifica los valores-niveles de los factores.

Plan experimental

Ejemplo: Aumentar la productividad en un proceso químico

T°C	t(seg)		R1	R2
70	30		49.8	48.1
90	30	Proceso	57.3	52.3
70	90		65.7	69.4
90	90		73.1	77.8

Transformación

Los valores de la temperatura y tiempo se transforman a una escala estandarizada, los valores de este proceso se conocen como valores codificados.

$$xc_{ij} = \frac{X_{ij} - \bar{X}_i}{0.5rango}$$

$i = 1, 2$ donde 1 para temperatura y 2 para el tiempo; $j = 1, 2$ identifica los valores-niveles de los factores.

Plan experimental

Ejemplo: Aumentar la productividad en un proceso químico

T°C	t(seg)		R1	R2
70	30		49.8	48.1
90	30	Proceso	57.3	52.3
70	90		65.7	69.4
90	90		73.1	77.8

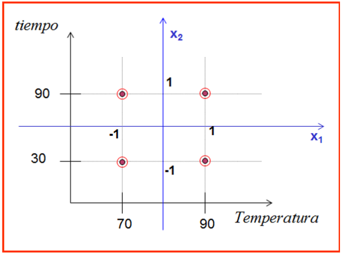
Transformación

Los valores de la temperatura y tiempo se transforman a una escala estandarizada, los valores de este proceso se conocen como valores codificados.

$$xc_{ij} = \frac{X_{ij} - \bar{X}_i}{0.5rango}$$

$i = 1, 2$ donde 1 para temperatura y 2 para el tiempo; $j = 1, 2$ identifica los valores-niveles de los factores.

Descripción de la tranformación



Tranformación

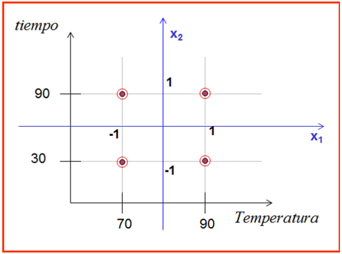
Valores codificados

$$xc_{1j} = \frac{X_{1j}-80}{10} \qquad xc_{2j} = \frac{X_{2j}-60}{30}$$

$$xc_{11} = \frac{70-80}{10} = -1 \qquad xc_{21} = \frac{30-60}{30} = -1$$

$$xc_{12} = \frac{90-80}{10} = 1 \qquad xc_{22} = \frac{90-60}{30} = 1$$

Descripción de la tranformación



Tranformación

Valores codificados

$$xc_{1j} = \frac{X_{1j} - 80}{10} \qquad xc_{2j} = \frac{X_{2j} - 60}{30}$$

$$xc_{11} = \frac{70 - 80}{10} = -1 \qquad xc_{21} = \frac{30 - 60}{30} = -1$$

$$xc_{12} = \frac{90 - 80}{10} = 1 \qquad xc_{22} = \frac{90 - 60}{30} = 1$$

Modelo

Descripción matricial

Modelo:

Planteamiento $y = X\beta + \epsilon$

Resultados del experimento:

$$\begin{bmatrix} \text{Y} \\ 49.8 \\ 57.3 \\ 65.7 \\ 73.1 \\ 48.1 \\ 52.3 \\ 69.4 \\ 77.8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & X_1 & X_2 & X_{12} \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_{12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon \end{bmatrix}$$

Modelo
Descripción matricial

Modelo:

Planteamiento $y = X\beta + \epsilon$

Resultados del experimento:

$$\begin{bmatrix} \text{Y} \\ 49.8 \\ 57.3 \\ 65.7 \\ 73.1 \\ 48.1 \\ 52.3 \\ 69.4 \\ 77.8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & X_1 & X_2 & X_{12} \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_{12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon \end{bmatrix}$$

Modelo

Descripción matricial

Modelo:

Planteamiento $y = X\beta + \epsilon$

Resultados del experimento:

$$\begin{bmatrix} \text{Y} \\ 49.8 \\ 57.3 \\ 65.7 \\ 73.1 \\ 48.1 \\ 52.3 \\ 69.4 \\ 77.8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & X_1 & X_2 & X_{12} \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_{12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon \end{bmatrix}$$

Modelo

Descripción matricial

Modelo:

Planteamiento $y = X\beta + \epsilon$

Resultados del experimento:

$$\begin{bmatrix} \text{Y} \\ 49.8 \\ 57.3 \\ 65.7 \\ 73.1 \\ 48.1 \\ 52.3 \\ 69.4 \\ 77.8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & X_1 & X_2 & X_{12} \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_{12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon \end{bmatrix}$$

Modelo
Descripción matricial

Modelo:

Planteamiento $y = X\beta + \epsilon$

Resultados del experimento:

$$\begin{array}{c} \mathrm{Y} \\ \begin{bmatrix} 49.8 \\ 57.3 \\ 65.7 \\ 73.1 \\ 48.1 \\ 52.3 \\ 69.4 \\ 77.8 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} I & X_1 & X_2 & X_{12} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_{12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon \end{bmatrix}$$

Estimación de los parámetros del modelo

Estimación de Mínimos Cuadrados

$$\hat{\beta} = (X^t X)^{-1} X^t y$$

$$\begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 493.5 \\ 27.5 \\ 78.5 \\ 5.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 61.6 \\ 3.44 \\ 9.81 \\ 0.525 \end{bmatrix}$$

Modelo estimado por mínimos cuadrados:

$$\hat{y} = 61.9 + 3.44x_1 + 9.81x_2 + 0.525x_{12}$$

Estimación de los parámetros del modelo

Estimación de Mínimos Cuadrados

$$\hat{\beta} = (X^t X)^{-1} X^t y$$

$$\begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 493.5 \\ 27.5 \\ 78.5 \\ 5.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 61.6 \\ 3.44 \\ 9.81 \\ 0.525 \end{bmatrix}$$

Modelo estimado por mínimos cuadrados:

$$\hat{y} = 61.9 + 3.44x_1 + 9.81x_2 + 0.525x_{12}$$

Estimación de los parámetros del modelo

Estimación de Mínimos Cuadrados

$$\hat{\beta} = (X^t X)^{-1} X^t y$$

$$\begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 493.5 \\ 27.5 \\ 78.5 \\ 5.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 61.6 \\ 3.44 \\ 9.81 \\ 0.525 \end{bmatrix}$$

Modelo estimado por mínimos cuadrados:

$$\hat{y} = 61.9 + 3.44x_1 + 9.81x_2 + 0.525x_{12}$$

Estimación de los parámetros del modelo

Estimación de Mínimos Cuadrados

$$\hat{\beta} = (X^t X)^{-1} X^t y$$

$$\begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 493.5 \\ 27.5 \\ 78.5 \\ 5.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 61.6 \\ 3.44 \\ 9.81 \\ 0.525 \end{bmatrix}$$

Modelo estimado por mínimos cuadrados:

$$\hat{y} = 61.9 + 3.44x_1 + 9.81x_2 + 0.525x_{12}$$

Estimación de los parámetros del modelo

Estimación de Mínimos Cuadrados

$$\hat{\beta} = (X^t X)^{-1} X^t y$$

$$\begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 493.5 \\ 27.5 \\ 78.5 \\ 5.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 61.6 \\ 3.44 \\ 9.81 \\ 0.525 \end{bmatrix}$$

Modelo estimado por mínimos cuadrados:

$$\hat{y} = 61.9 + 3.44x_1 + 9.81x_2 + 0.525x_{12}$$

Hipótesis sobre los parámetros del modelo

Prueba $t - Student$

Parámetro β_1	Estadístico	$t_{cd}(gl = 5, \alpha = 0.01)$
Hipótesis Nula $H_0 : \beta_1 = 0$	$t_{m1} = \frac{\hat{\beta}_1 - 0}{ES(\hat{\beta}_1)} = \frac{3.4375}{0.921} = 3.479$	2.777
Hipótesis Alternativa $H_0 : \beta_1 \neq 0$		
Parámetro β_2		
Hipótesis Nula $H_0 : \beta_2 = 0$	$t_{m2} = \frac{\hat{\beta}_2 - 0}{ES(\hat{\beta}_2)} = \frac{9.81}{0.921} = 10.85$	2.777
Hipótesis Alternativa $H_0 : \beta_2 \neq 0$		
Parámetro β_{12}		
Hipótesis Nula $H_0 : \beta_{12} = 0$	$t_{12} = \frac{\hat{\beta}_{m12} - 0}{ES(\hat{\beta}_{12})} = \frac{0.525}{0.921} = 0.529$	2.777
Hipótesis Alternativa $H_0 : \beta_1 \neq 0$		

La estimación del error estándar de los parámetros del modelo es:

$$ES(\hat{\beta}) = \sqrt{\hat{\sigma}^2 (X'X)^{-1}} = \sqrt{CM_{error}(X'X)^{-1}} = \sqrt{\frac{6.79}{8}} = 0.921$$

Conclusión se rechaza las hipótesis nulas de los parámetros β_1 puesto que $t_{m1} > t_{cd}$ y β_2 puesto que $t_{m2} > t_{cd}$

Hipótesis sobre el modelo
Prueba F

Planteamiento hipotético

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_{12} = 0$$

$$H_1 : Alguna\ \ \beta_i\ \ es\ \ diferente\ de\ cero$$

Procedimiento

Cálculo del estadístico de prueba: Razón de varianza: $RV = F_m$

$F_m = \frac{CM_{modelo}}{CM_{error}} = 63.71$

Valor de referencia de la distribución F, $F_{cd}(2, 5, \alpha = 0.01) = 13.27$, donde $gl_{modelo} = 2\ y\ gl_{error} = 5$

Se rechaza H_0 puesto que: $F_m > F_{cd}$

Resumen en la siguiente trasparencia

Prueba F

$\hat{y} = 61.69 + 3.44x_1 + 9.81x_2$

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_{12} = 0$

$H_1 : Alguna\ \ \beta_i\ \ es\ \ diferente\ de\ cero$

Tabla del análisis de la varianza

F de V	SC	gl	CM	RV
Modelo	864.8	2	432.41	63.71
Error	33.94	5	6.79	
Total	898.74	7		

Se rechaza la hipótesis nula, $F_m = 63.71 > F_{cd} = 13.27$

Prueba de la falta de ajuste

$$\hat{y} = 61.69 + 3.44x_1 + 9.81x_2$$

H_0 : El modelo se ajusta adecuadamente a los datos.

H_1 : El modelo no se ajusta a los datos.

Tabla del análisis de la varianza

F de V	SC	gl	CM	RV
Modelo	864.8	2	432.41	63.71
Error	33.94	5	6.79	
F.A.	2.10	1	2.10	0.261
E.P.	31.84	4	7.96	
Total	898.74	7		

$SC_{error} = \sum\sum(y_{ij} - \hat{y}_{ij})^2$

$SC_{ep} = \sum\sum(y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2$

$SC_{error} = SC_{ep} + \sum n_i(\hat{y}_{ij} - \bar{y}_{i.})^2$

$F = \frac{SC_{fa}/(m-g)}{SC_{ep}/(n-m)}$

$gl_{error} = n - g = gl_{ep} + gl_{fa}$

$= n - m + gl_{fa}$

$0.261 < F_{1,4}$=7.71, con $\alpha = 0.05$

No hay falta de ajuste

Prueba de la falta de ajuste

$$\hat{y} = 61.69 + 3.44x_1 + 9.81x_2$$

H_0 : El modelo se ajusta adecuadamente a los datos.

H_1 : El modelo no se ajusta a los datos.

Tabla del análisis de la varianza

F de V	SC	gl	CM	RV
Modelo	864.8	2	432.41	63.71
Error	33.94	5	6.79	
F.A.	2.10	1	2.10	0.261
E.P.	31.84	4	7.96	
Total	898.74	7		

$$SC_{error} = \sum\sum(y_{ij} - \hat{y}_{ij})^2$$
$$SC_{ep} = \sum\sum(y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2$$
$$SC_{error} = SC_{ep} + \sum n_i(\hat{y}_{ij} - \bar{y}_{i.})^2$$

$$F = \frac{SC_{fa}/(m-g)}{SC_{ep}/(n-m)}$$

$$gl_{error} = n - g = gl_{ep} + gl_{fa}$$
$$= n - m + gl_{fa}$$

0.261 $< F_{1,4}$=7.71, con $\alpha = 0.05$

No hay falta de ajuste

Prueba de la falta de ajuste

$$\hat{y} = 61.69 + 3.44x_1 + 9.81x_2$$

H_0 : El modelo se ajusta adecuadamente a los datos.
H_1 : El modelo no se ajusta a los datos.

Tabla del análisis de la varianza

F de V	SC	gl	CM	RV
Modelo	864.8	2	432.41	63.71
Error	33.94	5	6.79	
F.A.	2.10	1	2.10	0.261
E.P.	31.84	4	7.96	
Total	898.74	7		

$$SC_{error} = \sum\sum(y_{ij} - \hat{y}_{ij})^2$$
$$SC_{ep} = \sum\sum(y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2$$
$$SC_{error} = SC_{ep} + \sum n_i(\hat{y}_{ij} - \bar{y}_{i.})^2$$

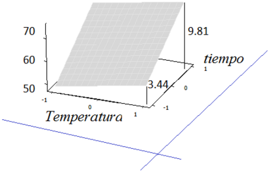
$$F = \frac{SC_{fa}/(m-g)}{SC_{ep}/(n-m)}$$
$$gl_{error} = n - g = gl_{ep} + gl_{fa}$$
$$= n - m + gl_{fa}$$

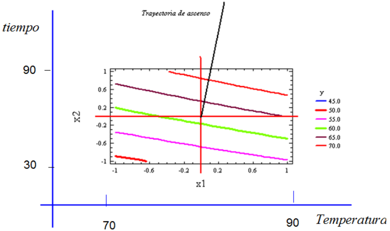
$0.261 < F_{1,4}$=7.71, con $\alpha = 0.05$

No hay falta de ajuste

Gráfica del modelo

Curvas de nivel del modelo

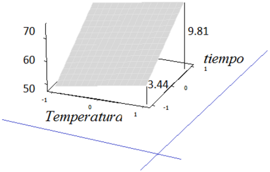


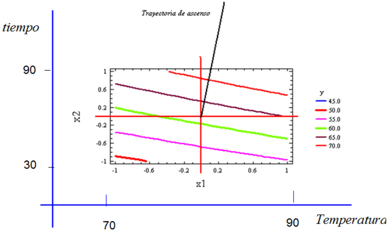


- ¿Cómo se encuentra las curvas de nivel?
- Determinar la trayectoria de máximo ascenso
- ¿Cómo sigue la estrategia experimental?
- Formalizar el procedimiento de la trayectoria de máximo ascenso

Gráfica del modelo

Curvas de nivel del modelo

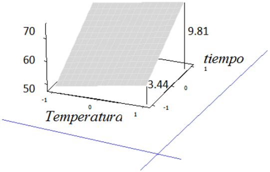


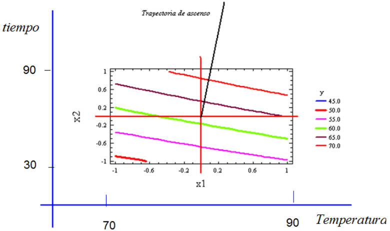


- ¿Cómo se encuentra las curvas de nivel?
- Determinar la trayectoria de máximo ascenso
- ¿Cómo sigue la estrategia experimental?
- Formalizar el procedimiento de la trayectoria de máximo ascenso

Gráfica del modelo

Curvas de nivel del modelo

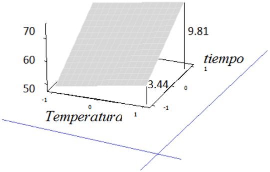


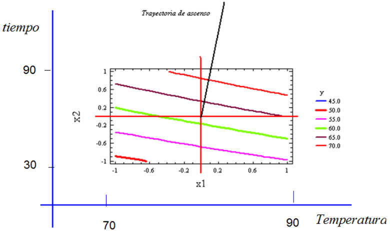


- ¿Cómo se encuentra las curvas de nivel?
- Determinar la trayectoria de máximo ascenso
- ¿Cómo sigue la estrategia experimental?
- Formalizar el procedimiento de la trayectoria de máximo ascenso

Gráfica del modelo

Curvas de nivel del modelo





- ¿Cómo se encuentra las curvas de nivel?
- Determinar la trayectoria de máximo ascenso
- ¿Cómo sigue la estrategia experimental?
- Formalizar el procedimiento de la trayectoria de máximo ascenso

Procedimiento para construir las curvas de nivel

$60 = 61.6875 + 3.437x_1 + 9.8125x_2$

$x_1 = 0 \;\; x_2 = \frac{-1.69}{9.81} = -0.172$

$x_2 = 0 \;\; x_1 = \frac{-1.69}{3.44} = -0.491$

(x_1, x_2)

$(x_1 = 0, \;\; x_2 = -0.172)$

$(x_1 = -0.491, \;\; x_2 = 0)$

Pendiente curvas de nivel:

$m_1 = \frac{0-(-0.172)}{-0.491-0} = -\frac{0.172}{0.491}$

Procedimiento para construir las curvas de nivel

$60 = 61.6875 + 3.437x_1 + 9.8125x_2$

$x_1 = 0 \;\; x_2 = \frac{-1.69}{9.81} = -0.172$

$x_2 = 0 \;\; x_1 = \frac{-1.69}{3.44} = -0.491$

(x_1, x_2)

$(x_1 = 0, \;\; x_2 = -0.172)$

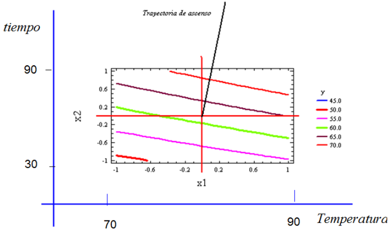
$(x_1 = -0.491, \;\; x_2 = 0)$

Pendiente curvas de nivel:

$m_1 = \frac{0-(-0.172)}{-0.491-0} = -\frac{0.172}{0.491}$

La recta normal

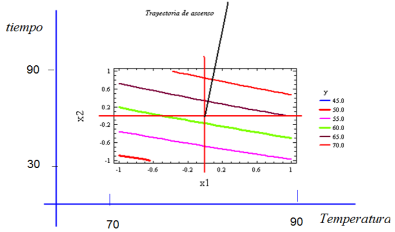
Experimentación secuencial



Comentarios

- Un valor máximo se obtiene en el extremo superior derecho (90,90), (1,1).
- Con la finalidad de alcanzar un valor mayor en la respuesta, se traza una línea perpendicular a las curvas de nivel.
- En esa línea de máximo ascenso se experimenta de manera secuencial hasta que se alcanza una mayor respuesta.

La recta normal
Experimentación secuencial

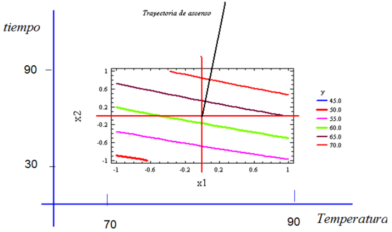


Comentarios

- Un valor máximo se obtiene en el extremo superior derecho (90,90), (1,1).
- Con la finalidad de alcanzar un valor mayor en la respuesta, se traza una línea perpendicular a las curvas de nivel.
- En esa línea de máximo ascenso se experimenta de manera secuencial hasta que se alcanza una mayor respuesta.

La recta normal

Experimentación secuencial



Comentarios

- Un valor máximo se obtiene en el extremo superior derecho (90,90), (1,1).
- Con la finalidad de alcanzar un valor mayor en la respuesta, se traza una línea perpendicular a las curvas de nivel.
- En esa línea de máximo ascenso se experimenta de manera secuencial hasta que se alcanza una mayor respuesta.

Proceso de optimización

Pendiente de la recta de ascenso:

$$m_2 = -\frac{1}{m_1} = \frac{0.491}{0.172} = 2.855$$

Ecuación de la recta de ascenso:

- Incremento de temperatura
  $\Delta_t = 5.3°C$ $x_1 = \frac{T-\bar{T}}{0.5*rango} = \frac{\Delta_T}{10} = 0.53$

  $x_2 = 2.855x_1$

  $x_2 = 2.855(0.53) = 1.51$
- Incremento de tiempo
  $x_2 = \frac{t-\bar{t}}{0.5*rango} = \frac{\Delta_t}{30}$ $\Delta_t = 30x_2 \cong 45$
- La expresión para el incremento $\Delta = \left(\frac{\widehat{\beta_1}}{\widehat{\beta_1}}, \frac{\widehat{\beta_2}}{\widehat{\beta_1}}\right)$

Proceso de optimización

Pendiente de la recta de ascenso:

$$m_2 = -\frac{1}{m_1} = \frac{0.491}{0.172} = 2.855$$

Ecuación de la recta de ascenso:

- Incremento de temperatura
  $\Delta_t = 5.3°C \quad x_1 = \frac{T-\bar{T}}{0.5*rango} = \frac{\Delta_T}{10} = 0.53$

  $x_2 = 2.855x_1$

  $x_2 = 2.855(0.53) = 1.51$
- Incremento de tiempo
  $x_2 = \frac{t-\bar{t}}{0.5*rango} = \frac{\Delta_t}{30} \quad \Delta_t = 30x_2 \cong 45$
- La expresión para el incremento $\Delta = \left(\frac{\widehat{\beta_1}}{\widehat{\beta_1}}, \frac{\widehat{\beta_2}}{\widehat{\beta_1}}\right)$

Proceso de optimización

Pendiente de la recta de ascenso:

$$m_2 = -\frac{1}{m_1} = \frac{0.491}{0.172} = 2.855$$

Ecuación de la recta de ascenso:

- Incremento de temperatura
  $\Delta_t = 5.3°C \quad x_1 = \frac{T-\bar{T}}{0.5{*}rango} = \frac{\Delta_T}{10} = 0.53$

  $x_2 = 2.855x_1$

  $x_2 = 2.855(0.53) = 1.51$
- Incremento de tiempo
  $x_2 = \frac{t-\bar{t}}{0.5{*}rango} = \frac{\Delta_t}{30} \quad \Delta_t = 30x_2 \cong 45$
- La expresión para el incremento $\Delta = \left(\frac{\widehat{\beta_1}}{\widehat{\beta_1}}, \frac{\widehat{\beta_2}}{\widehat{\beta_1}}\right)$

Proceso de optimización

Pendiente de la recta de ascenso:

$$m_2 = -\frac{1}{m_1} = \frac{0.491}{0.172} = 2.855$$

Ecuación de la recta de ascenso:

- Incremento de temperatura
  $\Delta_t = 5.3°C \quad x_1 = \frac{T - \bar{T}}{0.5 * rango} = \frac{\Delta_T}{10} = 0.53$

  $x_2 = 2.855 x_1$

  $x_2 = 2.855(0.53) = 1.51$
- Incremento de tiempo
  $x_2 = \frac{t - \bar{t}}{0.5 * rango} = \frac{\Delta_t}{30} \quad \Delta_t = 30 x_2 \cong 45$
- La expresión para el incremento $\Delta = \left(\frac{\widehat{\beta_1}}{\widehat{\beta_1}}, \frac{\widehat{\beta_2}}{\widehat{\beta_1}} \right)$

Proceso de optimización

Pendiente de la recta de ascenso:

$$m_2 = -\frac{1}{m_1} = \frac{0.491}{0.172} = 2.855$$

Ecuación de la recta de ascenso:

- Incremento de temperatura
  $\Delta_t = 5.3°C \quad x_1 = \frac{T - \bar{T}}{0.5 * rango} = \frac{\Delta_T}{10} = 0.53$

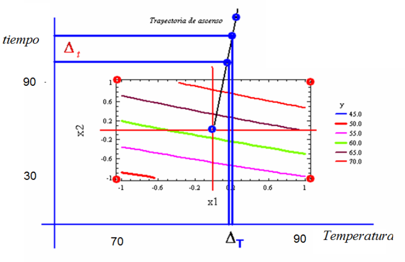
  $x_2 = 2.855 x_1$

  $x_2 = 2.855(0.53) = 1.51$
- Incremento de tiempo
  $x_2 = \frac{t - \bar{t}}{0.5 * rango} = \frac{\Delta_t}{30} \quad \Delta_t = 30 x_2 \cong 45$
- La expresión para el incremento $\Delta = \left(\frac{\widehat{\beta_1}}{\widehat{\beta_1}}, \frac{\widehat{\beta_2}}{\widehat{\beta_1}} \right)$

Experimentación secuencial

Incrementos y descripción gráfica

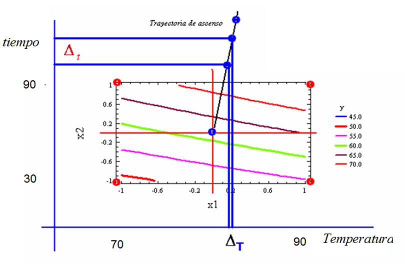
- Incremento de temperatura
  $\Delta_t = 5.3°C$
- Incremento de tiempo
  $\Delta_t = 30x_2 \cong 45$



Experimentación secuencial

Incrementos y descripción gráfica

- Incremento de temperatura
  $\Delta_t = 5.3°C$
- Incremento de tiempo
  $\Delta_t = 30x_2 \cong 45$



Formalización matemática del proceso de optimización

El método de máximo ascenso

El procedimiento incluye el uso de multiplicadores de Lagrange.

$$L(x) = \hat{y} - \lambda(x'x - r^2)$$

La derivada con respecto a $x_j \quad j = 1, ..., k$

$$\frac{\partial L(x)}{\partial x_j} = \hat{\beta}_j - 2\lambda x_j \quad con \quad \frac{\partial L(x)}{\partial x_j} = 0, \quad x_j = \frac{\hat{\beta}_j}{2\lambda}$$

Para el ejemplo, si $x_1 = 0.53$ (incremento en la temperatura de 5.3)

$2\lambda = \frac{3.44}{0.53} = 6.49$, por lo tanto

$x_2 = \frac{9.81}{6.49} = 1.15$ (incremento en el tiempo de 45 seg)

Formalización matemática del proceso de optimización

El método de máximo ascenso

El procedimiento incluye el uso de multiplicadores de Lagrange.

$$L(x) = \hat{y} - \lambda(x^{'}x - r^2)$$

La derivada con respecto a $x_j \;\; j = 1, ..., k$

$$\frac{\partial L(x)}{\partial x_j} = \hat{\beta}_j - 2\lambda x_j \;\; con \;\; \frac{\partial L(x)}{\partial x_j} = 0, \;\; x_j = \frac{\hat{\beta}_j}{2\lambda}$$

Para el ejemplo, si $x_1 = 0.53$ (incremento en la temperatura de 5.3)

$2\lambda = \frac{3.44}{0.53} = 6.49$, por lo tanto

$x_2 = \frac{9.81}{6.49} = 1.15$ (incremento en el tiempo de 45 seg)

Formalización matemática del proceso de optimización

El método de máximo ascenso

El procedimiento incluye el uso de multiplicadores de Lagrange.

$$L(x) = \hat{y} - \lambda(x^{'}x - r^2)$$

La derivada con respecto a $x_j \;\; j = 1, ..., k$

$$\frac{\partial L(x)}{\partial x_j} = \hat{\beta}_j - 2\lambda x_j \;\; con \;\; \frac{\partial L(x)}{\partial x_j} = 0, \;\; x_j = \frac{\hat{\beta}_j}{2\lambda}$$

Para el ejemplo, si $x_1 = 0.53$ (incremento en la temperatura de 5.3)

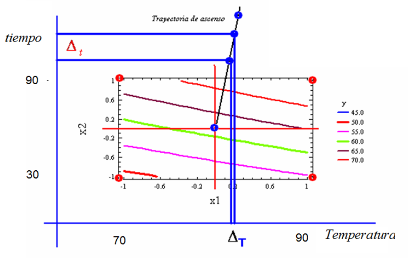
$2\lambda = \frac{3.44}{0.53} = 6.49$, por lo tanto

$x_2 = \frac{9.81}{6.49} = 1.15$ (incremento en el tiempo de 45 seg)

Procedimiento

$$\Delta_T = 5.3, \quad \Delta_t = 45$$

	Tem	Tiem	Prod
Centro	80	60	
C+Δ_i	85.3	105	74.3
C+$1.5\Delta_i$	87.95	127.5	78.6
C+$2\Delta_i$	90.6	150.0	83.2
C+$3\Delta_i$	95.9	195.0	84.7
C+$4\Delta_i$	101.2	240.0	80.1



- Observe que se realizan 5 pruebas experimentales de manera secuencial y el factor en cada incremento.
- Estos resultados sugieren realizar un nuevo experimento factorial 2^2 con dos repeticiones al centro. Observe los nuevos valores de los factores.

Nuevo experimento

T°C	t	X_1	X_2	R1	R2
85.9	165	-1	-1	82.9	81.4
105.9	165	1	-1	87.4	89.5
85.9	225	-1	1	74.6	77.0
105.9	225	1	1	84.5	83.1
95.9	195	0	0	84.7	81.9

Actividades

- Construir el modelo para los resultados de este experimento.
- Realice el análisis de varianza para evaluar el modelo.

Modelo

Método de Mínimos cuadrados y ANDEVA

T°C	t	X_1	X_2	R1	R2
85.9	165	-1	-1	82.9	81.4
105.9	165	1	-1	87.4	89.5
85.9	225	-1	1	74.6	77.0
105.9	225	1	1	84.5	83.1
95.9	195	0	0	84.7	81.9

Modelo $\hat{y} = 82.70 + 3.575x_1 - 2.750x_2$

ANDEVA

F de V	SC	gl	CM	RV
Modelo	162.745	2	81.372	42.34
Error	13.455	7	1.92	
Total	176.2	9		

El modelo es estadísticamente significativo.

ANDEVA

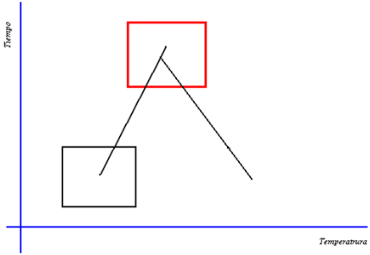
Prueba de falta de ajuste

ANDEVA

F de V	SC	gl	CM	RV
Modelo	162.745	2	81.372	42.34
Error	13.455	7	1.92	
F.A.	2.345	2	1.173	0.53
E.P.	11.110	5	2.222	

H_0: El modelo se ajusta adecuadamente a los datos

Experimento número 2, y secuencia 2

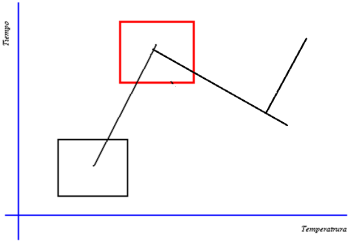


Modelo

$$\hat{y} = 82.70 + 3.575x_1 - 2.750x_2$$

A partir del modelo, determine la trayectoria de máximo ascenso -descenso- en este nuevo caso

Experimento secuencial 3



Note que sobre la trayectoria de descenso se toma una nueva dirección. Ésta genera un aumento en la producción. Vea y analice con detalle el resumen del experimento secuencial en la siguiente transparencia.

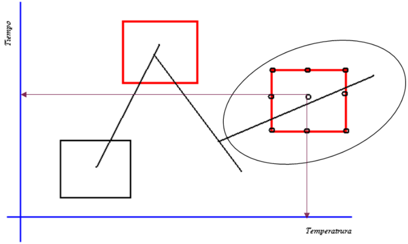
Estrategia experimental secuencial

C:Centro

C	$+$	Δ_i	-0.77	105.9	171.9	89.0
C	$+$	$2\Delta_i$	-1.54	115.9	148.8	90.2
C	$+$	$3\Delta_i$	-2.31	125.9	125.7	87.4
C	$+$	$4\Delta_i$	-3.08	135.9	102.6	82.6
D_3						
C	$+$	$2\Delta_i$	-1.54	115.9	148.8	91.0
C	$+$	$3\Delta_i$	-0.77	125.9	171.9	93.6
C	$+$	$4\Delta_i$	0	135.9	195.0	96.2
C	$+$	$5\Delta_i$	0.77	145.9	218.1	92.9
C	$+$	$3\Delta_i$	0.77	125.9	218.1	91.7
C	$+$	$5\Delta_i$	-0.77	145.9	171.9	92.5
C	$+$	$4\Delta_i$	0	135.9	195	97.0

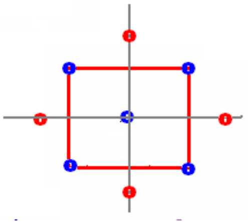
Experimento número 3

Diseño Central Compuesto



- Observe que la región marcada con la elipse muestra la mayor respuesta.
- Ante esta situación, se tiene identificada una región en la que se tiene la mayor producción.
- Ahí se propone realizar un nuevo experimento, éste con el objetivo de alcanzar un óptimo.

Experimento con un diseño central compuesto



x_1	x_2	T	t	prod
-1	-1	125.9	171.9	93.6
1	-1	145.9	171.9	92.5
-1	1	125.9	218.1	91.7
1	1	145.9	218.1	92.9
0	0	135.9	195.0	$96.2/97$
$-\sqrt{2}$	0	121.9	195.0	92.9
$\sqrt{2}$	0	150.0	195.0	92.8
0	$-\sqrt{2}$	135.9	162.3	93.4
0	$\sqrt{2}$	135.9	227.7	92.7

Construcción del Modelo de Regresión, por MC

Estimación de los parámetros del modelo

Modelo de regresión

Procedimiento por Mínimos Cuadrados.

Parámetros	Coeficiente	E.std	Estadístico	Valor P
Constante	96.6000	0.2527	382.2286	0.0000
x_1	-0.0052	0.1264	-0.0410	0.9693
x_2	-0.3112	0.1264	-2.4631	0.0695
x_1^2	-1.9438	0.1672	-11.6278	0.0003
$x_1 x_2$	0.5750	0.1787	3.2176	0.0324
x_2^2	-1.8438	0.1672	-11.0296	0.0004

Modelo estimado:

$$\hat{y} = 96.6 - 0.2x_1 - 0.11x_2 + 0.58x_1x_2 - 1.94x_1^2 - 1.84x_2^2$$

Los efectos cuadráticos y la interacción son estadísticamente significativos con $\alpha = 0.05$

Análisis de la varianza (ANDEVA) el modelo

Fuente	**SC**	**gl**	**CM**	**RV**	**valor p**
Modelo	25.09	5	5.018	39.282	0.0017
Residual	0.511	4	0.1277		
Total	25.601	9			

El modelo es estadísticamente significativo, puesto que:
$F_m > F_{cd}(5, 4, \alpha = 0.05) = 6.256$

Modelo de regresión
Valor óptimo

El Modelo de Regresión que se obtiene por mínimos cuadrados es:

$$\hat{y} = 96.6 - 0.2x_1 - 0.11x_2 + 0.58x_1x_2 - 1.94x_1^2 - 1.84x_2^2$$

El valor óptimo:

$$x_{1o} = -0.06 \quad x_{2o} = -0.04$$

$$\hat{y}(x_{1o} = -0.06, x_{2o} = -0.04) = 96.608$$

Para obtener el valor óptimo señalado, derive el modelo con respecto a x_1 y luego con respecto a x_2, resuelva el sistema de ecuaciones generado. La solución es el óptimo.

Valores óptimos

La mayor productividad del proceso químico

Se transforma a una región de valores codificados

El valor óptimo es:

$$x_{1o} = -0.06 \;\; x_{2o} = -0.04$$

$$xc_i = \frac{X_i - \bar{X}}{0.5rango}$$

$-0.06 = x_{1o} = \frac{X_{1o} - 135.9}{10}$

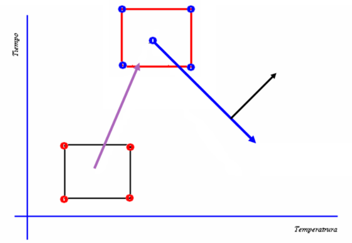
$-0.04 = x_{2o} = \frac{X_{2o} - 195}{23.1}$

$$T_o = 135.3 \;\; t_o = 194$$

Para la temperatura y el tiempo respectivamente.

Resumen del Experimento
Diseño central compuesto y óptimo

El valor optimo es:



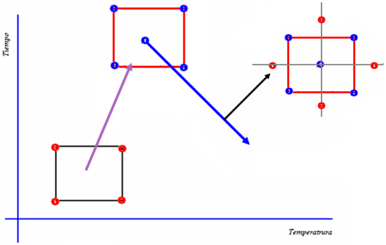
$$x_{1o} = -0.06 \;\; x_{2o} = -0.04$$

Valor óptimo para la Temperatura $T_o = 135.3$
Valor óptimo para el Tiempo $t_o = 194$
La producción óptima es: $\widehat{y} = 96.608$

Resumen del Experimento

Diseño central compuesto y óptimo

El valor optimo es:



$$x_{1o} = -0.06 \;\; x_{2o} = -0.04$$

Valor óptimo para la Temperatura $T_o = 135.3$
Valor óptimo para el Tiempo $t_o = 194$
La producción óptima es: $\widehat{y} = 96.608$